



### เฉลยปัญหาสอบชุดที่ 3

โครงการรางวัลคุณภาพความเป็นเลิศทางวิชาการ ครั้งที่ 4

วันที่ 9 ธันวาคม 2561 เวลา 0930-1330 (4 ชม.)

จัดสอบโดยโรงเรียนกวดวิชาธนวรรณ

#### วิชาคณิตศาสตร์ 55 ข้อ

1.	4	2.	1	3.	3	4.	4	5.	4
6.	4	7.	4	8.	4	9.	4	10.	4
11.	4	12.	2	13.	1	14.	3	15.	1
16.	1	17.	1	18.	3	19.	2	20.	1
21.	3	22.	3	23.	2	24.	1	25.	4
26.	3	27.	2	28.	1	29.	3	30.	3
31.	4	32.	1	33.	4	34.	4	35.	4
36.	2	37.	4	38.	1	39.	3	40.	4
41.	2	42.	3	43.	3	44.	2	45.	1
46.	5.ไม่มีข้อถูก	47.	4	48.	3	49.	3	50.	1
51.	3	52.	2	53.	1	54.	4	55.	4

#### วิชาวิทยาศาสตร์ 55 ข้อ

56.	1	57.	4	58.	5.ไม่มีข้อถูก	59.	2	60.	3
61.	2	62.	1	63.	3	64.	1	65.	1
66.	4	67.	1	68.	2	69.	3	70.	2
71.	4	72.	1	73.	4	74.	2	75.	2
76.	3	77.	2	78.	2	79.	1	80.	4
81.	2	82.	1	83.	1	84.	2	85.	2
86.	3	87.	2	88.	4	89.	4	90.	4
91.	1	92.	4	93.	2	94.	4	95.	2
96.	4	97.	2	98.	2	99.	1	100.	1
101.	4	102.	2	103.	3	104.	3	105.	2
106.	1	107.	2	108.	3	109.	5.ไม่มีข้อถูก	110.	3

#### วิชาภาษาอังกฤษ 50 ข้อ

1.	2	2.	2	3.	4	4.	2	5.	3
6.	4	7.	4	8.	2	9.	1	10.	2
11.	4	12.	3	13.	4	14.	3	15.	1
16.	Free	17.	Free	18.	Free	19.	2	20.	1

21. 3	22. 1	23. 2	24. 4	25. 2
26. 4	27. 4	28. 1	29. 2	30. 3
31. 4	32. 1	33. 2	34. 4	35. 3
36. 4	37. 1	38. 1	39. 2	40. 1
41. 4	42. 3	43. 4	44. 4	45. 1
46. 4	47. 2	48. 2	49. 2	50. 4

## วิชาภาษาไทย 30 ข้อ

51. 3	52. 4	53. 4	54. 2	55. 4
56. 3	57. 2	58. 4	59. 1	60. 3
61. 2	62. 1	63. 1	64. 3	65. 4
66. 1	67. 2	68. 3	69. 2	70. 1
71. 4	72. 4	73. 2	74. 3	75. 1
76. 3	77. 1	78. 2	79. 1	80. 1

## วิชาสังคมศึกษา 25 ข้อ

81. 2	82. 3	83. 3	84. 1	85. 2
86. 4	87. 1	88. 4	89. 1	90. 1
91. 1	92. 4	93. 1	94. 4	95. 3
96. 1	97. 1	98. 3	99. 2	100. 4
101. 2	102. 4	103. 3	104. 2	105. 1

## เฉลยละเอียดวิชาคำนวณ

## วิชาคณิตศาสตร์ (55 ข้อ)

## 1. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$x = \sqrt{5} + y \text{ ไปแทนในรหัสลับได้}$$

$$3(y + \sqrt{5})^2 + \sqrt{5}(y + \sqrt{5}) + 3y^2 - \sqrt{5}y - 6(y + \sqrt{5})y \text{ หักล้างกันได้ 20}$$

## 2. ตอบ ข้อ 1

## วิธีทำ

อายุจากน้อยไปมาก  $a, b, c, d$  ,  $a+b+c+d = 24$  ,  $a+d = 13$  ,  $b+c = 24-13 = 11$  หา  $\frac{b+c}{2} = 5.5$

## 3. ตอบ ข้อ 3

## วิธีทำ

$$\frac{-(2k+12)}{2k} = -k \text{ , } k^2 - k - 6 = 0 \text{ , } (k-3)(k+2) = 0 \text{ , } k = 3 \text{ , } -2 \text{ ผลรวมของค่า } k = 3 + (-2) = 1$$

## 4. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$f^{-1}(\sqrt[3]{x+1}) = x, \quad f^{-1}(x) = (x-1)^3, \quad f^{-1}(a) = (a-1)^3 = a-1$$

แก้สมการได้  $a = 0, 1, 2$  ดังนั้น  $0+1+2 = 3$

## 5. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

A ไข่มด และ ส่วนเรนจ์เป็นสับเซตของ B สมาชิกโดเมนและเรนจ์ไม่ซ้ำกัน

## 6. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

ก. ลากเส้นขนานแกน y ตัดสองจุด ดังนั้นไม่เป็น 1-1    ข. โดเมน คือ  $[-0.5, 0.5]$  เรนจ์ คือ  $[0, 1]$  ไม่เท่า  $[0, \infty)$

## 7. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$\left( \frac{2}{1} + \frac{2}{1+2} + \frac{2}{1+2+3} + \frac{2}{1+2+3+4} + \dots \right)^{\frac{5}{2}} = \left( \sum \frac{2}{\frac{n}{2}(n+2)} \right)^{\frac{5}{2}} = \left( 4 \sum \frac{1}{n(n+1)} \right)^{\frac{5}{2}} = \left( 4 \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) \right)^{\frac{5}{2}}$$

= เมื่อ  $n$  เข้าสู่อนันต์  $\frac{1}{n+1}$  เข้าสู่ศูนย์ จึงเหลือ  $4^{\frac{5}{2}} = 2^5 = 32$

## 8. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$\det 2A B^t C^{-1} = 2^3 \det A \cdot \det B \cdot \frac{1}{\det C} = 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} = 12$$

## 9. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{vmatrix} = -4, \quad \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} = (-2)4 = -8$$

$$\begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} \text{ ไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น } \begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} = -8$$

## 10. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 5, \quad \det(B^{-1}CB^t) = \det B^{-1} \det B \det C = -10, \quad \det C = -10$$

$$\det CA^tC^t = \det C \cdot \det A \cdot \det C = (-10)(5)(-10) = 500$$

## 11. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ความชันเส้นสัมผัส } m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 = 3(2)^2 = 12$$

$$\text{สมการเส้นตรง } y-8 = 12(x-2); \quad \text{ตัดแกน } y \text{ เมื่อ } x = 0, \text{ ได้ } y = -16$$

## 12. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{ต้นทุน } p = \frac{1200}{1.2} = 1000 \quad \text{ตั้งราคาใหม่ } S = 1000\left(1 + \frac{200}{100}\right) = 3000 \text{ บาท} \quad \text{ขายจริงลด } 50\% \text{ เหลือ } 1500 \text{ บาท}$$

$$\text{พบว่าเกินต้นทุนมา } 1500 - 1000 = 500 \text{ บาท}$$

## 13. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{แฉกบนตัวหน้า } 4,5, a = 6, \quad \text{แฉกบนตัวหลัง } 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, b = 7^2 = 49$$

$$\text{แฉกล่างตัวหน้า } 2,4,6,8, c = 10 \quad \text{แฉกล่างตัวหลัง } 3,4,5,6, d = 7 \quad \text{ดังนั้น } (6+49) - (10 \cdot 7) = -15$$

## 14. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} - (\text{mean})^2} = \sqrt{\frac{300}{10} - 5^2} = \sqrt{5}$$

## 15. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{ค่าใช้จ่าย} = C, \quad \text{เวลา} = t, \quad \text{อัตราเร็ว} = v \quad \text{ดังนั้น } C = K \frac{t}{v} \quad \text{ทำเป็นสมการได้} \quad \frac{C_1 V_1}{t_1} = \frac{C_2 V_2}{t_2}$$

ระยะทางจากกรุงเทพฯ ไปสระบุรี = x (คงที่)

$$\frac{C_1 V_1}{t_1} = \frac{C_2 V_2}{t_2} \quad \text{เมื่อ } C_1 = 800, V_1 = 80, t_1 = \frac{x}{80}, C_2 = ?, v_2 = 100, t_2 = \frac{x}{100}$$

$$\frac{(800)(80)}{x/80} = \frac{C_2(100)}{x/100} \text{ แก้สมการได้ } C_2 = 512 \text{ บาท}$$

16. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

เส้นตรงทั้งสองทับกันดังนั้น  $2a+b-1 = 3a-b+3$ .....(1)

$$3a - b = 2a+3b-1$$
.....(2)

แก้สมการได้  $a = -7$  ,  $b = -1.5$  ดังนั้น  $a + b = -8.5$

17. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$b = \frac{3}{4}a \text{ , } c^2 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2 + a^2 \text{ โดยที่ } c = 10 \text{ แก้สมการ } a = 8 \text{ , } b = 6 \text{ , } e = \frac{c}{a} = \frac{10}{8} = 1.25$$

18. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ก.  $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 13 = 0$  ,  $(h,k) = (2, 2)$  ,  $a^2 = \frac{(2)^2 + 2(2)^2 + 13}{(1)}$  ดังนั้น  $a = 5$  แกนเอกยาว 10หน่วย ไม่ถูก

ข.  $x^2 - 2y^2 - 4x - 8y - 13 = 0$  ,  $(h,k) = (2, -2)$  ,  $a^2 = \frac{(2)^2 - 2(2)^2 + 13}{(1)}$  ,  $a = 3$  ,  $2a = 6$  ถูกต้อง

ค.  $x^2 - 4x + 8y - 20 = 0$  หน้า  $y$  เป็นบวกแสดงว่าคว่ำ ถูกต้อง

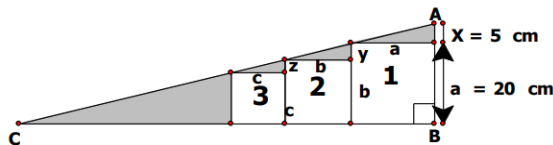
19. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$gx = \frac{1}{2}(\sqrt{240})^2 \text{ , } x = 12 \text{ , } x+y = 25 \text{ ดังนั้น } x = 13 \text{ ด้าน } z = 5 \text{ , } x+y+z = 12+13+5 = 30$$

20. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ



จากรูป1 และ 2 ,  $y = \frac{5}{20} \cdot (20 - y)$  ได้  $y = 4$  ,  $b = 20 - 4 = 16$

จากรูป2 และ 3 ,  $z = \frac{4}{16} \cdot (16 - z)$  ได้  $z = 3.2$  ,  $c = 16 - 3.2 = 12.8$

ใช้สามเหลี่ยมคล้ายรูป1กับสามเหลี่ยม ABC พบว่าด้าน BC = 100

$$\text{พื้นที่แรเงา} = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 100 - [20 \cdot 20 + 16 \cdot 16 + 12.8(12.8)] = 1250 - 819.84 = 430.16$$

## 21. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\pi ab = 8000\pi, ab = 8000, 2c = 120, c = 60, a^2 = 3600 + b^2$$

แก้สมการได้  $a = 100, b = 80$  ต่างกัน 20

## 22. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

กำหนด A คือพื้นที่ ขนาดพื้นที่ยาว y และ กว้าง x ผูกสมการ  $2000y + 6000y + 2000(2x) = 320,000$

$$\text{ดังนั้นลดทอนตัวเลขได้ } 2y + x = 80 \text{ ได้ } y = \frac{80-x}{2} \text{ ขนาดพื้นที่ } A = xy, A = (x) \left( \frac{80-x}{2} \right), A = 40x - \frac{x^2}{2}$$

$$h = -\frac{40}{2(-0.5)} = 40, k = 20 \text{ ดังนั้นพื้นที่มากที่สุดคือ } A = 40(20) = 800 \text{ ตารางเมตร}$$

## 23. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$xp = 6\cos 53 = 3.6, yp = 6\sin 53 = 4.8 \text{ คู่ลำดับ } (3.6, 4.8)$$

สมการเส้นตรง  $y - 4.8 = 1(x - 3.6)$  ตัดแกน x, y=0 ได้ x-intercept = -1.2

## 24. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$x = \frac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} + \frac{2^6}{(64)^{\frac{3}{2}}} \text{ และ } y = (\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$$

$$x = \frac{\sqrt[5]{(-2)^5}}{\sqrt[3]{3^3}} + \frac{2^6}{(2^6)^{\frac{3}{2}}} \text{ และ } y = (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2})^2$$

$$x = -\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = -\frac{13}{24}, y = 200$$

$$24x + y = -13 + 200 = 187$$

## 25. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$(\sqrt{2})^{x^2} = \frac{2^{4x}}{4^4}$$

$$2^{\frac{x^2}{2}} = 2^{4x-8}, x^2 = 8x - 16 \text{ ได้ } x^2 - 8x + 16 = 0, x = 4 \text{ คือ } h$$

$$h = -\frac{b^2}{2a} = \frac{-b}{2(-1)}$$

$$b = 2(4) = 8$$

## 26. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$m \cdot n = (35)(525) \text{ จักระเรียงตัวเลขให้ } m \text{ และ } n \text{ อยู่ใน } \{100, 101, 102, \dots, 200\}$$

$$= (175)(105) \text{ ทั้งคู่อยู่ในเซตที่ต้องการดังนั้น } 175+105 = 280$$

## 27. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$(ax^2 + bx + c)(x-1) + 3 = 2x^3 + x^2 - 10x + 10$$

$$(ax^2 + bx + c)(x-1) = 2x^3 + x^2 - 10x + 7 \text{ นำ } x-1 \text{ ไปหาร } 2x^3 + x^2 - 10x + 7 \text{ ได้}$$

$$ax^2 + bx + c = 2x^2 + 3x - 7 \text{ ดังนั้น } a = 2, b = 3, c = -7, a+b+c = 2+3-7 = -2$$

## 28. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

เรียงใหม่  $x, 3.5, 5, 7, 8, 8.5, 12$  มัธยฐานเท่ากับ  $7 =$  ค่าเฉลี่ยเลขคณิต  
 $X+3.5+5+7+8+8.5+12 = 7(7) = 49, x = 5$  ใช้ไม่ได้เพราะโจทย์บอกไม่มีฐานนิยมสลับใหม่  
 เป็นไปได้ว่า  $x$  คือมัธยฐานดังนั้น

$$X+3.5+5+7+8+8.5+12 = 7x, x = \frac{22}{3}, \text{ พิสัย} = 12 - 3.5 = 8.5$$

$$R - x = 8.5 - \frac{22}{3} = \frac{7}{6}$$

## 29. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}} + \sqrt{2x+8+6\sqrt{2x-1}} = 10$$

$$= \sqrt{2x-1} + 1 + \sqrt{2x-1} + 3 = 10$$

$$= \sqrt{2x-1} + \sqrt{2x-1} = 6$$

$$= \sqrt{2x-1} = 3, \text{ แกสมการได้ } x = 5 \text{ ดังนั้น } x+15 = 20$$

## 30. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

นำ  $ax - 2$  คูณตลอดเฉพาะที่ทำให้ได้  $x^2$  ฝั่งซ้ายได้  $-8ax^2$  ดังนั้น  $-8a = 24, a = -3$  ค่า  $(-3)^2 + 1 = 10$

## 31. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

สามเหลี่ยม ABP มีฐานยาวเท่ากับเลขตรรกัศ 4c สูงเท่ากับ c, 4c คือตัวเลขหน้า y ดังนั้นพื้นที่เท่ากับ  $\frac{1}{2} \cdot 4c \cdot c = 2c^2 = 32$

## 32. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$y = 3x-12 \text{ ดังนั้น } \frac{8^x}{2^y} = \frac{2^{3x}}{2^{3x-12}} = 2^{3x-3x+12} = 2^{12}$$

## 33. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$n(E \cup T) = n(E) + n(T) - n(E \cap T) = 20 + 10 - 5 = 25$$

$$n(M) = 50 - (25 + 15) = 10$$

## 34. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$x^2 - 3xy - 10y^2 + 2x + 39y - 35 = 0$$

$$x^2 - 3xy + 2x - 10y^2 + 39y - 35 = 0$$

$$x^2 - (3y-2)x - 10y^2 + 39y - 35 = 0$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(3y-2)^2 - 4(1)(-10y^2 + 39y - 35)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(3y-2)^2 - 4(1)(-10y^2 + 39y - 35)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(9y^2 - 12y + 4) + 40y^2 - 156y + 140}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(9y^2 - 12y + 4) + 40y^2 - 156y + 140}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm (7y-12)}{2(1)} = \frac{10y-14}{2}, \frac{-4y+10}{2} = 5y-7, -2y+5$$

$$(x+ay+b)(x+cy+d) = (x-5y+7)(x+2y-5), a = -5, b = 7, c = 2, d = -5$$

$$a + b + c + d = -5 + 7 + 2 - 5 = -1$$

## 35. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$2x^3 + 9x^2 + x - 12 = 0 \text{ มีคำตอบคือ } a, b, c$$

$$12\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 12\left(\frac{bc + ac + ab}{abc}\right) = 12\frac{(1/2)}{12/2} = 1$$

## 36. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{LogA} = 3.12(\text{Log}2) = 0.939, \text{LogB} = 2.13\text{Log}3 = 1.016, \text{LogC} = 1.31 \text{Log}5 = 0.9157, \text{LogD} = 0.81(\text{Log}4) = 0.4876$$

$$B > A > C > D$$



## 37. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ค่าความจริงของ  $p, q, r$  คือ T, T, F ไปแทนใน choice ข้อที่มีค่าความจริงเป็นจริงคือ ข้อ 4

## 38. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$a, b, c, d, \quad d - a = 6, \quad a + b + c + d = 16$$

สมมติ  $a, b$  เป็น 4 จะได้  $c = -2$  เป็นไปไม่ได้

สมมติ  $b, c$  เป็น 4 จะได้  $a = 1, d = 7$  ดังนั้น ข้อมูลคือ 1, 4, 4, 7

## 39. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$|x| \leq 2$  ได้  $-2 \leq x \leq 2$  ลองนำไปแทนในสมการใน choice มี  $x = -1$  ไปแทนได้  $1 < 3$  เป็นจริง

## 40. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$\sim(q \rightarrow p) \wedge r$  มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ  $\sim(q \rightarrow p)$  เป็น T,  $r$  เป็น T

$(q \rightarrow p)$  เป็น F สรุปได้ว่า  $q = T, p = F$  นำไปแทนใน choice ตรงกับข้อ 4

## 41. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$P(\text{ชาย 2 หญิง 1}) = 3 \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{9}$$

## 42. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$6\sin A = 4\sin B = 3\sin C = p \quad \text{ดังนั้น} \quad \sin A = \frac{p}{6}, \quad \sin B = \frac{p}{4}, \quad \sin C = \frac{p}{3}$$

$$\text{กฎของ Cosine : } \left(\frac{p}{3}\right)^2 = \left(\frac{p}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{4}\right)\left(\frac{p}{6}\right)\cos C + \left(\frac{p}{6}\right)^2$$

$$\text{แก้สมการได้ } \cos C = -\frac{1}{4}$$

## 43. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$1. \quad A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A \times A = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$$

2.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  และ  $B = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$   
 $AB = I$  ,  $BA = I$

3.  $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \end{bmatrix}$

4.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

$2 = 2$

**44. ตอบ ข้อ 2**

วิธีทำ

$A = \{ (1,1), (1,2), 1,2 \}$        $B = \{1,2\}$  ,  $B \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$   
 $C = (B \times B) - A = \{(2,1), (2,2)\}$  ,  $P(C)$  มีสมาชิก  $2^2 = 4$

**45. ตอบ ข้อ 1**

วิธีทำ

หารแบบยุคลิด  
 $611 = 403(1) + 208$   
 $403 = 208(1) + 195$   
 $208 = 195(1) + 13$   
 $195 = 13(15) + 0$   
 ห.ร.ม. คือ 13

$13 = 208 - 195(1)$   
 $= 208 - (403 - 208) = 208(2) - 403$   
 $= [611 - 403(1)]2 - 403$   
 $= 611(2) + 403(-3)$  ดังนั้น  $y = 2$  ,  $x = -3$   
 ดังนั้น  $x+y = -3+2 = -1$

**46. ตอบ ข้อ 5 ไม่มีข้อถูก**

วิธีทำ

	11		14		19		28		45		68		143		272		529	
ผลต่าง1		3		5		9		17		23		65		129		257		513
ผลต่าง2			2		4		8		6 (ควรเป็น 16)		32		64		128		256	
									คลาดเคลื่อน ไม่สอดคล้องกับแนวโน้ม									

ข้อสอบผิดพลาด ตามเงื่อนไข ตอบข้อ5

## 47. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$Y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x+4}+2}$$

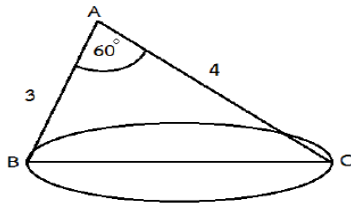
เมื่อ  $x$  เข้าสู่อินฟินิตี้ ( $10^{-10}$  มีค่าน้อยมากจนเข้าสู่อินฟินิตี้) จะได้ 0.25

## 48. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ใช้การหารแบบยุคลิด หรืออื่นๆเช่นตั้งหารหรือแยกตัวประกอบ จะได้  $a = 31$  ,  $b = 1$  ,  $a-b = 31-1 = 30$

## 49. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$BC^2 = 3^2 - 2(3)(4)\cos 60 + 4^2 = 13, BC = \sqrt{13}, a = \frac{\sqrt{13}}{2}, c = \sqrt{\left(\frac{13}{4}\right) - 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

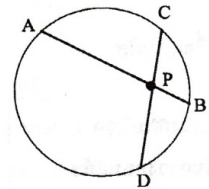
$$\text{จุด B ห่างจากจุดโฟกัส} = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$$

## 50. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$(x+12)(x) = (x+2)(x+6)$  แก้สมการได้  $x = 3$  ดังนั้น  $AB = 18$  รัศมี 9 จุด  $(h,k) = (9,9)$

สมการวงกลม  $(x-9)^2 + (y-9)^2 = 81$  ถ้า  $x = 1, y = 9 \pm \sqrt{17}$



## 51. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$(\cos 2A + \cos B)^2 + (\sin 2A + \sin B)^2 = 3$$

$$(\cos 2A)^2 + 2\cos 2A \cdot \cos B + (\cos B)^2 + (\sin 2A)^2 + 2\sin 2A \cdot \sin B + (\sin B)^2 = 3$$

$$1 + 2\cos 2A \cdot \cos B + 1 + 2\sin 2A \cdot \sin B = 3$$

$$2\cos 2A \cdot \sin A + 2\sin 2A \cdot \cos A = 1$$

$$\sin 3A = \frac{1}{2}, A = 10 \text{ องศา}, B = 80 \text{ องศา} \text{ ดังนั้น } \tan 3A = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

52. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$= \frac{\sqrt{2} \cos 3A - \cos 4A}{\sqrt{2} \sin 3A + \sqrt{3} \sin 4A}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cos(225) - \cos(300)}{\sqrt{2} \sin(225) + \sqrt{3} \sin(300)} = \frac{\sqrt{2}(-\cos(45) - \cos(60))}{\sqrt{2}(-\sin(45) - \sqrt{3} \sin(60))} = \frac{-1 - 0.5}{-1 - 1.5} = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5}$$

53. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ดังนั้น } A+B = 45 \text{ องศา หรือ } \frac{\pi}{4}$$

54. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$= 2 \tan \left( 3\pi - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) \left( \sin \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) - 2 \sin \left( 3\pi - \frac{\pi}{3} \right) \right)$$

$$= 2 \left( -\tan \frac{\pi}{4} \right) + \left( -\cos \frac{\pi}{6} \right) \left( -\sin \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{3} \right) = -2 + \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left( -3 \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

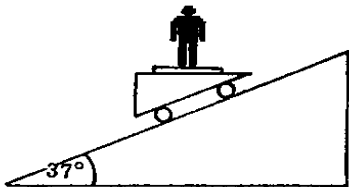
55. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ตามเงื่อนไข } \sin \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \right) = 0.5, \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) = -0.5 \quad \text{ดังนั้น } x = \frac{\pi}{3}, y = \frac{\pi}{2}, 3x + 2y = 2\pi$$

วิชาวิทยาศาสตร์ (55 ข้อ)

56. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$a = g \sin 37^\circ, \quad a_y = g \sin 37^\circ \sin 37^\circ$$

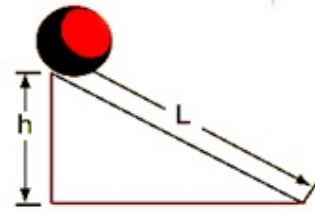
$$500 - N = 50 (g \sin 37^\circ) \sin 37^\circ, \quad N = 320 \text{ นิวตัน}$$

57. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{สูตร } v = \sqrt{\frac{2gh}{1+k}} \text{ เมื่อ } k \text{ คือตัวเลขหน้า } mr^2 \text{ ของโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\frac{2}{5}}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$



58. ตอบ ข้อ 5 ไม่มีข้อถูก

$$F \cos 37^\circ - 100 \sin 37^\circ - 0.2 (100 \cos 37^\circ + F \sin 37^\circ) = 10(2) \text{ , แก้มการได้ } F = 141 \text{ N ดังนั้นไม่มีข้อใดถูก}$$

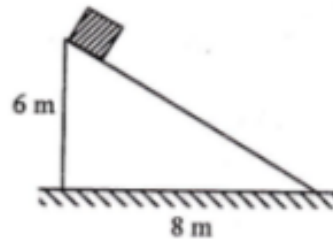
59. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$(mg \sin Q - 0.4mg \cos Q) \cdot L = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$(mg(0.6) - 0.4mg(0.8))(10) = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$v_2 = 2\sqrt{14}$$



60. ตอบ ข้อ 3

61. ตอบ ข้อ 2

62. ตอบ ข้อ 1

63. ตอบ ข้อ 3

64. ตอบ ข้อ 1

65. ตอบ ข้อ 1

66. ตอบ ข้อ 4

67. ตอบ ข้อ 1

68. ตอบ ข้อ 2

69. ตอบ ข้อ 3

70. ตอบ ข้อ 2 เนื่องจากการกระทบกันหรือชนกันของแผ่นธรณีภาคยูเรเชียกับออสเตรเลีย-อินเดีย

71. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\frac{R_x}{R_y} = \sqrt{\frac{M_y}{M_x}} \text{ , } R_x = 7 \text{ cm./s}$$

$$\frac{7}{R_y} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5} \text{ , } R_y = 5 \text{ cm/s} \text{ ระยะทางของ } y = (5) \cdot (5) = 25 \text{ cm.}$$

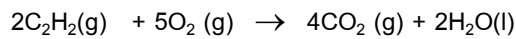
## 72. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{R_x}{R_y} = \sqrt{\frac{d_y}{d_x}}$$

$$\frac{3}{1} = \sqrt{\frac{d_y}{0.09}} \quad , d_y = 0.81 \text{ g/l}$$

## 73. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

4L(เหลือ6) 10 L (หมด) 8L

ดังนั้นเหลือ gas  $6+8 = 14\text{L}$

## 74. ตอบ ข้อ 2

## 75. ตอบ ข้อ 2

## 76. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$\text{CCl}_4$  เป็นของเหลวไม่ละลายน้ำ , C ที่เป็นแกรไฟต์สามารถนำไฟฟ้าในบางระนาบ

## 77. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$0 - (-1.8) = K_f \cdot \frac{342/342}{1} \dots\dots\dots(1)$$

$$0 - (-1.8) = K_f \cdot \frac{90/60}{m} \dots\dots\dots(2)$$

จับหารกันแก้สมการได้  $m = 1.5 \text{ kg}$

## 78. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$n_{\text{รวม}} = 0.4 \left( \frac{30}{1000} \right) + 0.3 \left( \frac{20}{1000} \right) = 0.018 \text{ โมล} \quad , \text{ ความเข้มข้น } C = \frac{1000}{50} (0.018) = 0.36 \text{ โมล/ลิตร}$$

## 79. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$m = \frac{PVM}{RT} = \frac{8.21(2)(44)}{0.0821(273 - 23)} = 35.2$$

## 80. ตอบ ข้อ 4

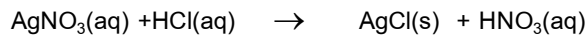
วิธีทำ

$$0.05 = \frac{m}{M} RT \dots\dots\dots(1)$$

$$0.5(x) = \frac{3m}{M} RT \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1)/(2) แก้มการได้  $x = 0.30 \text{ atm}$

## 81. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$n_{\text{AgCl}} = \frac{0.1435}{143} = 0.001 \text{ โมล เท่ากับโมลของ HCl}(\text{aq})$$

$$\text{ดังนั้น ความเข้มข้นของ HCl} = \frac{0.001}{25} \cdot 1000 = 0.04$$

## 82. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

A จัดได้ 2,8,8    B จัดได้ 2,8,8,1    C จัดได้ 2,8,8,2

IE1 ของ A อยู่ระดับพลังงานที่สามใกล้เคียงมากที่สุดทำให้ใช้พลังงานมากที่สุด

## 83. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

หมู่เดียวกันข้างบนขนาดเล็กมี IE1 มากกว่าข้างล่างที่มีขนาดโตกว่า ดังนั้นขนาด  $\text{Ca} > \text{Mg} > \text{Be}$   
ส่วน IE1 นั้น  $\text{Be} > \text{Mg} > \text{Ca}$

## 84. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{ก. } n_p = \frac{0.602 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.1 \text{ โมล} \quad \text{ข. } \text{Pb}(\text{NO}_3)_2 \text{ มีโมล} = \frac{82.75}{331.2} = 0.25$$

$$\text{ค. } n_{\text{HCl}} = \frac{4.48}{22.4} = 0.2 \quad \text{ง. โฟแทสเซียมไอออน} = \frac{1.8 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.30$$

ดังนั้น  $\text{ง} > \text{ข} > \text{ค} > \text{ก}$

## 85. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ไอออนิก โลหะ + อโลหะ คือข้อ 2

## 86. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

โลหะ Na + อโลหะ O เป็นไอออนิก , อโลหะ + อโลหะ คือ O กับ H เป็นโคเวเลนต์

## 87. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

2,8,18,4 รวม 32 ตัว ตรงกับ Ge ถ้าจัดแบบ 2,8,8,4 จะได้ 22 เป็นทรานสิทชัน ไม่ใช่ธาตุหมู่A

## 88. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

Ca เลขอะตอม 20 หายไป 2 เหลือ 18 จัดได้ 2,8,8

Cl เลขอะตอม 17 รับ 1 ได้ 18 จัดได้ 2,8,8

## 89. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

1. มี e = 12-2 = 10 , n = 13    2. มี e = 13 , n = 13

3. มี e = 33+3 = 36, n = 42    4. มี e = 16+2 = 18 , n = 17

## 90. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ก.  $C_2H_2$  มีพันธะสามสั้นแต่แข็งแรง ,  $C_2H_4$  มีพันธะสองยาวแต่แข็งแรงน้อยลง  $C_2H_6$  เป็นพันธะเดี่ยวยาวที่สุดแต่แข็งแรงน้อยที่สุด

ข. แลตทิซ ดูดความร้อน > ไฮเดรชัน คายความร้อน ดังนั้นจึงเป็นกระบวนการดูดความร้อน

ค. สารไอออนิก เป็นของแข็งไม่นำไฟฟ้า แต่เมื่อหลอมเหลวจะนำไฟฟ้าได้

## 91. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$CS_2$  มุม 180 องศา ,  $BF_3$  มุม 120 ,  $CH_4$  มุม 109.5 ,  $Cl_2O$  มุม ไม่เกิน 109.5 ข้อ 1 จะใกล้เคียงมากที่สุด

## 92. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

การเกิดมุมวิกฤตเมื่อจุดกำเนิดแสงอยู่ในตัวกลางที่มีความเร็วแสงน้อย ความยาวคลื่นน้อย มุมตกกระทบน้อย ไปยังตัวกลางที่มี

ความเร็วแสงมาก ความยาวคลื่นแสงมาก ดังนั้นเริ่มจาก B ค่า  $\sin Q_c = \frac{\sin 30}{\sin 45} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ,  $Q_c = 45$

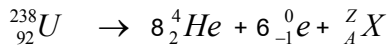


## 93. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$250 = \frac{1000(0.8)}{A}, A = 3.2 \text{ ตารางเมตร}$$

## 94. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$238 = 8(4) + 6(0) + Z$$

$$\text{ดังนั้น } Z = 206, 92 = 8(2) + 6(-1) + A, A = 82$$

## 95. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$20 = 0 + 5t^2, t = 2 \text{ วินาที}, v_1 = \sqrt{2(10)(20)} = 20 \text{ m/s} \text{ ลง}$$

$$v_2 \text{ ขึ้น} = \sqrt{2(10)(5)} = 10 \text{ m/s} \text{ ขึ้น}, 0 = 10 - 10t, t = 1 \text{ วินาที}, \text{ ดังนั้นเวลาที่แซ่} = 3.05 - 3 = 0.05 \text{ วินาที}$$

$$\text{แรงดลเฉลี่ย} = \frac{0.6(10 + 20)}{0.05} = 360 \text{ N}$$

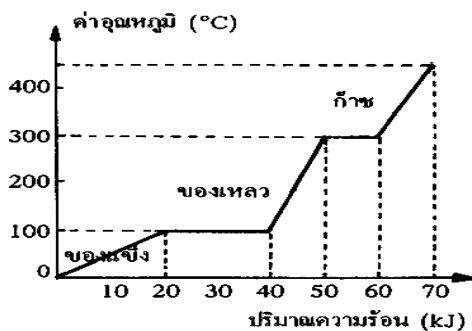
## 96. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$T - 20000 = 2000(2) \text{ ดังนั้น } T = 24000 \text{ N}$$

$$\text{ความเค้น} = \frac{24000}{5} = 4800 \text{ N/cm}^2 \text{ หรือ } 480 \text{ kg/cm}^2$$

## 97. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\Delta Q = mc\Delta T, 50 - 40 \text{ kJ} = 0.5(c)(300 - 100), c = 0.1 \text{ kJ/Kg.K}$$

## 98. ตอบ ข้อ 2

## วิธีทำ

$$N_t = \frac{N_0}{2^n}, n = \frac{t}{T_{1/2}}, \frac{1}{10} N_0 = \frac{N_0}{2^n}, 2^n = 10, n = \frac{1}{\log 2} = \frac{1}{0.301} = \frac{t}{30}, t = \frac{30}{0.301} = 100 \text{ นาที}$$

## 99. ตอบ ข้อ 1

## วิธีทำ

$$V = 3 \times 10^8 \sin 45 = 2.1 \times 10^8 \text{ m/s}$$

## 100. ตอบ ข้อ 1

## วิธีทำ

$$760 \cdot 0.8V = P V, P = 608 \text{ mmHg} \text{ ความดันต่างกัน } 152 \text{ ดังนั้น ความสูง } 152(11) = 1672 \text{ m}$$

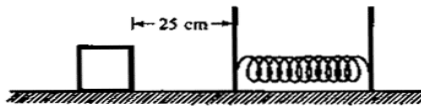
## 101. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$V_2 = \frac{2(4)(10)}{10} = 8 \text{ m/s}$$

## 102. ตอบ ข้อ 2

## วิธีทำ



$$\frac{1}{2}(4.4)(1)^2 = 4(0.25 + d) + \frac{1}{2}(800)d^2$$

$$1000d^2 + 10d - 3 = 0 \text{ แก้สมการได้ } d = 0.05 \text{ เมตร หรือ } 5 \text{ cm.}$$

## 103. ตอบ ข้อ 3

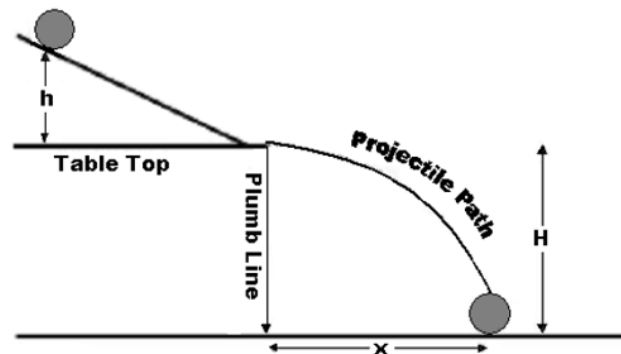
## วิธีทำ

$$mg(28) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right),$$

$$v = 20 \text{ m/s} \text{ ทิศแนวขนานกับพื้นล่าง}$$

$$\text{หาเวลา } 20 = 0 + 5t^2, t = 2 \text{ วินาที,}$$

$$x = 20(2) = 40 \text{ เมตร}$$



## 104. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

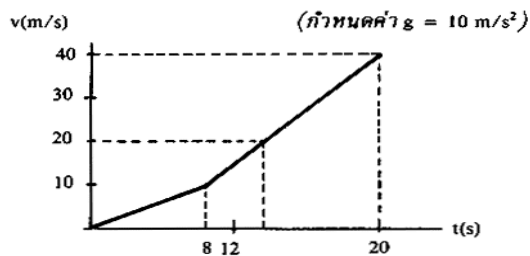
$$a_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 a_1 = \left(\frac{24}{36}\right)^2 a = \frac{4}{9} a$$

## 105. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$4(V_2)+0 = 1(20)+0, V_2 = 5\text{m/s}, \text{ระยะมากที่สุดวัตถุวิ่งบนพื้นหยาบอย่างอิสระ} = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{5^2}{2(0.2)(10)} = 6.25\text{m}$$

## 106. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

วัตถุหล่นเมื่ออยู่สูง  $0.5(8)(10) = 40\text{m}$ ,  $v = 10\text{m/s}$ , วัตถุตกถึงพื้นในเวลา  $t$  คำนวณจากสมการ  $-40 = 10t - 5t^2$  แก้สมการได้  $t = 4$  วินาที, ความเร็วของบอลลุนตอนที่วัตถุตกถึงพื้น

$$\text{ความเร็วของบอลลุนจากกราฟ คือ } a = \frac{40-10}{20-8} = 2.5$$

$$V = 10 + 2.5(4) = 20 \text{ m/s}$$

## 107. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{วิ่งเท่ากับความเร็วแนวราบของวัตถุ} = 20\sin 60^\circ = 10 \text{ m/s}$$

## 108. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

แบ่งเป็นสามส่วนแต่ละส่วนมีความต้านทาน 30 โอห์ม นำมาต่อขนานกัน  
จะได้ความต้านทานรวม  $30/3 = 10$  โอห์ม

$$I = \frac{22}{10+1} = 2A$$

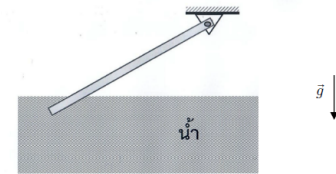
**109. ตอบ ข้อ 5****วิธีทำ**

ให้  $v_2$  เป็นความเร็วปืนใหญ่ ดังนั้น  $60v_2 + 4(900\cos 30) = 0$  ,  $v_2 = -51.96\text{m/s}$  (มวลปืนใหญ่ควรจะเป็น  $600\text{kg}$  จึงจะมีคำตอบ)  
จึงตอบไม่มีข้อใดถูกต้อง

**110. ตอบ ข้อ 3****วิธีทำ**

แรงลอยตัว =  $24A (D_{\text{น้ำ}})$  มวลที่ชั่งในอากาศ =  $D_1 \times 60A$

จุดหมุนที่บ้านพับ  $24A(D_{\text{น้ำ}}) (12+36) = D_1 \times 60A \times 30$  ,  $D_{\text{น้ำ}} = 1.5625 D_1$



.....