



## เฉลยปัญหาสอบชุดที่ 2

โครงการรางวัลคุณภาพความเป็นเลิศทางวิชาการ ครั้งที่ 4

วันที่ 9 ธันวาคม 2561 เวลา 0930-1330 (4 ชม.)

จัดสอบโดยโรงเรียนกวดวิชาธนวรรณ

### วิชาคณิตศาสตร์ 55 ข้อ

1.	3	2.	4	3.	4	4.	2	5.	1
6.	3	7.	4	8.	4	9.	4	10.	4
11.	4	12.	4	13.	4	14.	2	15.	1
16.	2	17.	4	18.	1	19.	3	20.	1
21.	1	22.	4	23.	3	24.	1	25.	3
26.	1	27.	3	28.	1	29.	2	30.	4
31.	1	32.	4	33.	4	34.	3	35.	2
36.	1	37.	3	38.	3	39.	1	40.	4
41.	4	42.	2	43.	4	44.	1	45.	2
46.	2	47.	3	48.	4	49.	3	50.	3
51.	1	52.	3	53.	5 ไม่มีข้อถูก	54.	4	55.	3

### วิชาวิทยาศาสตร์ 55 ข้อ

56.	3	57.	1	58.	1	59.	4	60.	1
61.	2	62.	3	63.	2	64.	2	65.	2
66.	1	67.	3	68.	2	69.	4	70.	1
71.	2	72.	1	73.	4	74.	3	75.	2
76.	4	77.	2	78.	3	79.	2	80.	1
81.	1	82.	2	83.	2	84.	4	85.	4
86.	4	87.	1	88.	5 ไม่มีข้อถูก	89.	4	90.	2
91.	2	92.	1	93.	1	94.	4	95.	2
96.	3	97.	3	98.	5 ไม่มีข้อถูก	99.	2	100.	1
101.	2	102.	3	103.	4	104.	2	105.	2
106.	3	107.	1	108.	4	109.	4	110.	2

### วิชาภาษาอังกฤษ 50 ข้อ

1.	4	2.	2	3.	Free	4.	Free	5.	Free
6.	2	7.	3	8.	1	9.	2	10.	4
11.	1	12.	2	13.	1	14.	2	15.	3
16.	4	17.	4	18.	4	19.	1	20.	2
21.	4	22.	3	23.	4	24.	2	25.	2

26.	1	27.	1	28.	2	29.	1	30.	4
31.	3	32.	4	33.	4	34.	1	35.	4
36.	2	37.	2	38.	4	39.	2	40.	3
41.	4	42.	4	43.	2	44.	4	45.	2
46.	1	47.	3	48.	1	49.	4	50.	3

## วิชาภาษาไทย 30 ข้อ

51.	1	52.	3	53.	4	54.	1	55.	3
56.	2	57.	4	58.	4	59.	1	60.	2
61.	2	62.	4	63.	3	64.	2	65.	1
66.	4	67.	4	68.	1	69.	2	70.	3
71.	1	72.	3	73.	3	74.	2	75.	1
76.	1	77.	1	78.	4	79.	3	80.	2

## วิชาสังคมศึกษา 25 ข้อ

81.	1	82.	1	83.	1	84.	4	85.	1
86.	1	87.	4	88.	1	89.	3	90.	2
91.	1	92.	1	93.	1	94.	2	95.	2
96.	4	97.	3	98.	3	99.	4	100.	2
101.	3	102.	2	103.	4	104.	3	105.	4

## เฉลยละเอียดวิชาคำนวณ

## วิชาคณิตศาสตร์ (55 ข้อ)

## 1. ตอบ ข้อ 3

## วิธีทำ

$$(\cos 2A + \cos B)^2 + (\sin 2A + \sin B)^2 = 3$$

$$(\cos 2A)^2 + 2\cos 2A \cdot \cos B + (\cos B)^2 + (\sin 2A)^2 + 2\sin 2A \cdot \sin B + (\sin B)^2 = 3$$

$$1 + 2\cos 2A \cdot \cos B + 1 + 2\sin 2A \cdot \sin B = 3$$

$$2\cos 2A \cdot \sin A + 2\sin 2A \cdot \cos A = 1$$

$$\sin 3A = \frac{1}{2}, \quad A = 10 \text{ องศา}, \quad B = 80 \text{ องศา} \quad \text{ดังนั้น} \quad \tan 3A = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

## 2. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$\begin{aligned} &= 2\tan\left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \left(\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right) \\ &= 2\left(-\tan\frac{\pi}{4}\right) + \left(-\cos\frac{\pi}{6}\right) \left(-\sin\frac{\pi}{3} - 2\sin\frac{\pi}{3}\right) = -2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(-3\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

## 3. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ตามเงื่อนไข } \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 0.5, \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = -0.5 \text{ ดังนั้น } x = \frac{\pi}{3}, y = \frac{\pi}{2}, 3x + 2y = 2\pi$$

## 4. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{2} \cos 3A - \cos 4A}{\sqrt{2} \sin 3A + \sqrt{3} \sin 4A} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cos(225) - \cos(300)}{\sqrt{2} \sin(225) + \sqrt{3} \sin(300)} = \frac{\sqrt{2}(-\cos(45)) - \cos(60)}{\sqrt{2}(-\sin(45)) - \sqrt{3} \sin(60)} = \frac{-1 - 0.5}{-1 - 1.5} = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

## 5. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ดังนั้น } A+B = 45 \text{ องศา หรือ } \frac{\pi}{4}$$

## 6. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\frac{-(2k+12)}{2k} = -k, k^2 - k - 6 = 0, (k-3)(k+2) = 0, k = 3, -2 \text{ ผลรวมของค่า } k = 3 + (-2) = 1$$

## 7. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$f^{-1}(\sqrt[3]{x} + 1) = x, f^{-1}(x) = (x-1)^3, f^{-1}(a) = (a-1)^3 = a-1$$

แก้สมการได้  $a = 0, 1, 2$  ดังนั้น  $0+1+2 = 3$

## 8. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

A ใช้หมด และ ส่วนเรนจ์เป็นสับเซตของ B สมาชิกโดเมนและเรนจ์ไม่ซ้ำกัน

## 9. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ก. ลากเส้นขนานแกน y ตัดสองจุด ดังนั้นไม่เป็น 1-1 ข. โดเมน คือ  $[-0.5, 0.5]$  เรนจ์ คือ  $[0, 1]$  ไม่เท่า  $[0, \infty)$

## 10. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\left(\frac{2}{1} + \frac{2}{1+2} + \frac{2}{1+2+3} + \frac{2}{1+2+3+4} + \dots\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sum \frac{2}{\frac{n}{2}(n+2)}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(4\sum \frac{1}{n(n+1)}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(4\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)\right)^{\frac{5}{2}}$$

= เมื่อ n เข้าสู่อนันต์  $\frac{1}{n+1}$  เข้าสู่ศูนย์ จึงเหลือ  $4^{\frac{5}{2}} = 2^5 = 32$

## 11. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\det 2A B^t C^{-1} = 2^3 \det A \cdot \det B \cdot \frac{1}{\det C} = 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} = 12$$

## 12. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{vmatrix} = -4, \quad \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} = (-2)4 = -8$$

$$\begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} \text{ ไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น } \begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} = -8$$

## 13. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 5, \quad \det(B^{-1}CB^t) = \det B^{-1} \det B \det C = -10, \quad \det C = -10$$

$$\det CA^tC^t = \det C \cdot \det A \cdot \det C = (-10)(5)(-10) = 500$$

## 14. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{ต้นทุน } p = \frac{1200}{1.2} = 1000 \text{ ตั้งราคาใหม่ } S = 1000\left(1 + \frac{200}{100}\right) = 3000 \text{ บาท ขายจริงลด } 50\% \text{ เหลือ } 1500 \text{ บาท}$$

$$\text{พบว่าเกินต้นทุนมา } 1500 - 1000 = 500 \text{ บาท}$$

## 15. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{แถบบนตัวหน้า } 4,5, a = 6, \text{ แถบบนตัวหลัง } 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, b = 7^2 = 49$$

$$\text{แถบล่างตัวหน้า } 2,4,6,8, c = 10 \text{ แถบล่างตัวหลัง } 3,4,5,6, d = 7 \text{ ดังนั้น } (6+49) - (10 \cdot 7) = -15$$

## 16. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$gx = \frac{1}{2}(\sqrt{240})^2, \quad x = 12, \quad x+y = 25 \text{ ดังนั้น } x = 13 \quad \text{ด้าน } z = 5, \quad x+y+z = 12+13+5 = 30$$

## 17. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$x = \sqrt{5} + y \text{ ไปแทนในรหัสลับได้}$$

$$3(y+\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}(y+\sqrt{5}) + 3y^2 - \sqrt{5}y - 6(y+\sqrt{5})y \text{ หักล้างกันได้ } 20$$

## 18. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{อายุจากน้อยไปมาก } a, b, c, d, \quad a+b+c+d = 24, \quad a+d = 13, \quad b+c = 24-13 = 11 \text{ หา } \frac{b+c}{2} = 5.5$$

## 19. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - (\text{mean})^2} = \sqrt{\frac{300}{10} - 5^2} = \sqrt{5}$$

## 20. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{ค่าใช้จ่าย} = C, \quad \text{เวลา} = t, \quad \text{อัตราเร็ว} = v \text{ ดังนั้น } C = K \frac{t}{v} \text{ ทำเป็นสมการได้ } \frac{C_1 V_1}{t_1} = \frac{C_2 V_2}{t_2}$$

$$\text{ระยะทางจากกรุงเทพฯ ไปสระบุรี} = x \text{ (คงที่)}$$

$$\frac{C_1 V_1}{t_1} = \frac{C_2 V_2}{t_2} \text{ เมื่อ } C_1 = 800, V_1 = 80, t_1 = \frac{x}{80}, C_2 = ?, v_2 = 100, t_2 = \frac{x}{100}$$

$$\frac{(800)(80)}{x/80} = \frac{C_2(100)}{x/100} \quad \text{แก้สมการได้ } C_2 = 512 \text{ บาท}$$

## 21. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{เส้นตรงทั้งสองทับกันดังนั้น } 2a+b-1 = 3a-b+3 \dots\dots\dots(1)$$

$$3a - b = 2a+3b-1 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{แก้สมการได้ } a = -7 \quad , \quad b = -1.5 \quad \text{ดังนั้น } a + b = -8.5$$

## 22. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ความชันเส้นสัมผัส } m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 = 3(2)^2 = 12$$

$$\text{สมการเส้นตรง } y-8 = 12(x-2) ; \quad \text{ตัดแกน } y \text{ เมื่อ } x = 0 , \text{ ได้ } y = -16$$

## 23. ตอบ ข้อ 3

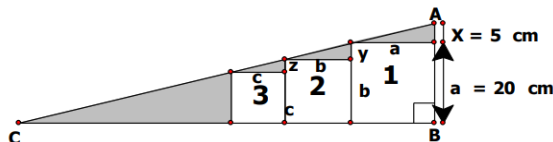
วิธีทำ

$$\text{ก. } x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 13 = 0 , (h,k) = (2, 2) , a^2 = \frac{(2)^2 + 2(2)^2 + 13}{(1)} \quad \text{ดังนั้น } a = 5 \text{ แกนเอกยาว 10 หน่วย ไม่ถูก}$$

$$\text{ข. } x^2 - 2y^2 - 4x - 8y - 13 = 0 , (h,k) = (2, -2) , a^2 = \frac{(2)^2 - 2(2)^2 + 13}{(1)} , a = 3 , 2a = 6 \text{ ถูกต้อง}$$

$$\text{ค. } x^2 - 4x + 8y - 20 = 0 \text{ หน้า } y \text{ เป็นบวกแสดงว่าคว่ำ ถูกต้อง}$$

## 24. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{จากรูป 1 และ 2 , } y = \frac{5}{20} \cdot (20 - y) \text{ ได้ } y = 4 , b = 20 - 4 = 16$$

$$\text{จากรูป 2 และ 3 , } z = \frac{4}{16} \cdot (16 - z) \text{ ได้ } z = 3.2 , c = 16 - 3.2 = 12.8$$

ใช้สามเหลี่ยมคล้ายรูป 1 กับสามเหลี่ยม ABC พบว่าด้าน BC = 100

$$\text{พื้นที่แรเงา} = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 100 - [20 \cdot 20 + 16 \cdot 16 + 12.8(12.8)] = 1250 - 819.84 = 430.16$$

## 25. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\pi ab = 8000\pi \quad , \quad ab = 8000 \quad , \quad 2c = 120 \quad , \quad c = 60 \quad , \quad a^2 = 3600 + b^2$$

แก้สมการได้  $a = 100$  ,  $b = 80$  ต่างกัน 20

## 26. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$b = \frac{3}{4}a, \quad c^2 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2 + a^2 \quad \text{โดยที่ } c = 10 \quad \text{แก้สมการ } a = 8, \quad b = 6, \quad e = \frac{c}{a} = \frac{10}{8} = 1.25$$

## 27. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

กำหนด A คือพื้นที่ ขนาดพื้นที่ยาว y และ กว้าง x ผูกสมการ  $2000y + 6000y + 2000(2x) = 320,000$

$$\text{ตั้งนั้นลดทอนตัวเลขได้ } 2y + x = 80 \quad \text{ได้ } y = \frac{80-x}{2} \quad \text{ขนาดพื้นที่ } A = xy, \quad A = (x) \left(\frac{80-x}{2}\right), \quad A = 40x - \frac{x^2}{2}$$

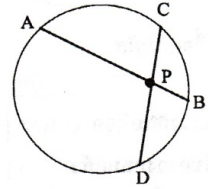
$$h = -\frac{40}{2(-0.5)} = 40, \quad k = 20 \quad \text{ตั้งนั้นพื้นที่มากที่สุดคือ } A = 40(20) = 800 \text{ ตารางเมตร}$$

## 28. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$(x+12)(x) = (x+2)(x+6)$  แก้สมการได้  $x = 3$  ตั้งนั้น  $AB = 18$  รัศมี 9 จุด  $(h,k) = (9,9)$

$$\text{สมการวงกลม } (x-9)^2 + (y-9)^2 = 81 \quad \text{ถ้า } x = 1, \quad y = 9 \pm \sqrt{17}$$



## 29. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$xp = 6\cos 53 = 3.6, \quad yp = 6\sin 53 = 4.8 \quad \text{คู่ลำดับ } (3.6, 4.8)$$

สมการเส้นตรง  $y - 4.8 = 1(x - 3.6)$  ตัดแกน  $x, y=0$  ได้  $x\text{-intercept} = -1.2$

## 30. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$(\sqrt{2})^{x^2} = \frac{2^{4x}}{4^4}$$

$$2^{\frac{x^2}{2}} = 2^{4x-8}, \quad x^2 = 8x - 16 \quad \text{ได้ } x^2 - 8x + 16 = 0, \quad x = 4 \quad \text{คือ } h$$

$$h = -\frac{b^2}{2a} = \frac{-b}{2(-1)}$$

$$b = 2(4) = 8$$

## 31. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$x = \frac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} + \frac{2^6}{(64)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{และ } y = (\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$$

$$x = \frac{\sqrt[5]{(-2)^5}}{\sqrt[3]{3^3}} + \frac{2^6}{(2^6)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{และ } y = (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2})^2$$

$$x = -\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = -\frac{13}{24}, \quad y = 200$$

$$24x+y = -13+200 = 187$$

**32. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

$$x^2 - 3xy - 10y^2 + 2x + 39y - 35 = 0$$

$$x^2 - 3xy + 2x - 10y^2 + 39y - 35 = 0$$

$$x^2 - (3y-2)x - 10y^2 + 39y - 35 = 0$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(3y-2)^2 - 4(1)(-10y^2 + 39y - 35)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(3y-2)^2 - 4(1)(-10y^2 + 39y - 35)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(9y^2 - 12y + 4) + 40y^2 - 156y + 140}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(9y^2 - 12y + 4) + 40y^2 - 156y + 140}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm (7y-12)}{2(1)} = \frac{10y-14}{2}, \frac{-4y+10}{2} = 5y-7, -2y+5$$

$$(x+ay+b)(x+cy+d) = (x-5y+7)(x+2y-5), \quad a=-5, b=7, c=2, d=-5$$

$$a+b+c+d = -5+7+2-5 = -1$$

**33. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

$$2x^3 + 9x^2 + x - 12 = 0 \quad \text{มีคำตอบคือ } a, b, c$$

$$12\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 12\left(\frac{bc+ac+ab}{abc}\right) = 12\left(\frac{1/2}{12/2}\right) = 1$$

**34. ตอบ ข้อ 3**วิธีทำ

$$m \cdot n = (35)(525) \quad \text{จัดระเบียบตัวเลขให้ } m \text{ และ } n \text{ อยู่ใน } \{100, 101, 102, \dots, 200\}$$

$$= (175)(105) \quad \text{ทั้งคู่อยู่ในเซตที่ต้องการดังนั้น } 175+105 = 280$$

**35. ตอบ ข้อ 2**วิธีทำ

$$(ax^2 + bx + c)(x-1) + 3 = 2x^3 + x^2 - 10x + 10$$

$$(ax^2 + bx + c)(x-1) = 2x^3 + x^2 - 10x + 7 \quad \text{นำ } x-1 \text{ ไปหาร } 2x^3 + x^2 - 10x + 7 \text{ ได้}$$

$$ax^2 + bx + c = 2x^2 + 3x - 7 \quad \text{ดังนั้น } a=2, b=3, c=-7, a+b+c = 2+3-7 = -2$$



**36. ตอบ ข้อ 1**วิธีทำ

เรียงใหม่  $x, 3.5, 5, 7, 8, 8.5, 12$  มัธยฐานเท่ากับ  $7 =$  ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$x+3.5+5+7+8+8.5+12 = 7(7) = 49$ ,  $x = 5$  ใช้ไม่ได้เพราะโจทย์บอกไม่มีฐานนิยมสลับใหม่

เป็นไปได้ว่า  $x$  คือมัธยฐานดังนั้น

$$x+3.5+5+7+8+8.5+12 = 7x, x = \frac{22}{3}, \text{ พิสัย} = 12 - 3.5 = 8.5$$

$$R - x = 8.5 - \frac{22}{3} = \frac{7}{6}$$

**37. ตอบ ข้อ 3**วิธีทำ

$$\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}} + \sqrt{2x+8+6\sqrt{2x-1}} = 10$$

$$= \sqrt{2x-1} + 1 + \sqrt{2x-1} + 3 = 10$$

$$= \sqrt{2x-1} + \sqrt{2x-1} = 6$$

$$= \sqrt{2x-1} = 3, \text{ แกสมการได้ } x = 5 \text{ ดังนั้น } x+15 = 20$$

**38. ตอบ ข้อ 3**วิธีทำ

นำ  $ax - 2$  คูณตลอดเฉพาะที่ทำให้ได้  $x^2$  ฝั่งซ้ายได้  $-8ax^2$  ดังนั้น  $-8a = 24$ ,  $a = -3$  ค่า  $(-3)^2 + 1 = 10$

**39. ตอบ ข้อ 1**วิธีทำ

$$y = 3x-12 \text{ ดังนั้น } \frac{8^x}{2^y} = \frac{2^{3x}}{2^{3x-12}} = 2^{3x-3x+12} = 2^{12}$$

**40. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

สามเหลี่ยม ABP มีฐานยาวเท่ากับเลขตัสเรกตัม  $4c$  สูงเท่ากับ  $c$ ,  $4c$  คือตัวเลขหน้า  $y$  ดังนั้นพื้นที่เท่ากับ  $\frac{1}{2} \times 4c \times c = 2c^2 = 32$

## 41. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$n(E \cup T) = n(E) + n(T) - n(E \cap T) = 20 + 10 - 5 = 25$$

$$n(M) = 50 - (25 + 15) = 10$$

## 42. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{Log}A = 3.12(\text{Log}2) = 0.939, \quad \text{Log}B = 2.13\text{Log}3 = 1.016, \quad \text{Log}C = 1.31\text{Log}5 = 0.9157, \quad \text{Log}D = 0.81(\text{Log}4) = 0.4876$$

$$B > A > C > D$$

## 43. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ค่าความจริงของ  $p, q, r$  คือ T, T, F ไปแทนใน choice ข้อที่มีค่าความจริงเป็นจริงคือ ข้อ 4

## 44. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$a, b, c, d, \quad d - a = 6, \quad a + b + c + d = 16$$

สมมติ  $a, b$  เป็น 4 จะได้  $c = -2$  เป็นไปไม่ได้

สมมติ  $b, c$  เป็น 4 จะได้  $a = 1, d = 7$  ดังนั้น ข้อมูลคือ 1, 4, 4, 7

## 45. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$A = \{(1,1), (1,2), (1,2)\} \quad B = \{1,2\}, \quad B \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$$

$$C = (B \times B) - A = \{(2,1), (2,2)\}, \quad P(C) \text{ มีสมาชิก } 2^2 = 4$$

## 46. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$P(\text{ชาย 2 หญิง 1}) = 3 \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{9}$$

## 47. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$|x| \leq 2$  ได้  $-2 \leq x \leq 2$  ลองนำไปแทนในสมการใน choice มี  $x = -1$  ไปแทนได้  $1 < 3$  เป็นจริง

## 48. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$\sim(q \rightarrow p) \wedge r$  มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ  $\sim(q \rightarrow p)$  เป็น T,  $r$  เป็น T

$(q \rightarrow p)$  เป็น F สรุปได้ว่า  $q = T, p = F$  นำไปแทนใน choice ตรงกับข้อ 4

## 49. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$6\sin A = 4\sin B = 3\sin C = p \text{ ดังนั้น } \sin A = \frac{p}{6}, \sin B = \frac{p}{4}, \sin C = \frac{p}{3}$$

$$\text{กฎของ Cosine : } \left(\frac{p}{3}\right)^2 = \left(\frac{p}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{4}\right)\left(\frac{p}{6}\right)\cos C + \left(\frac{p}{6}\right)^2$$

$$\text{แก้สมการได้ } \cos C = -\frac{1}{4}$$

## 50. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$1. A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A \times A = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$$

$$2. A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB = I, BA = I$$

$$3. \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2 = 2$$

## 51. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

หารแบบยุคลิด

$$611 = 403(1) + 208$$

$$403 = 208(1) + 195$$

$$208 = 195(1) + 13$$

$$195 = 13(15) + 0$$

ห.ร.ม. คือ 13

$$\begin{aligned} 13 &= 208 - 195(1) \\ &= 208 - (403 - 208) = 208(2) - 403 \\ &= [611 - 403(1)] 2 - 403 \\ &= 611(2) + 403(-3) \text{ ดังนั้น } y = 2, x = -3 \\ \text{ดังนั้น } x + y &= -3 + 2 = -1 \end{aligned}$$

## 52. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ใช้การหารแบบยุคลิด หรืออื่นๆเช่นตั้งหารหรือแยกตัวประกอบ จะได้  $a = 31, b = 1, a - b = 31 - 1 = 30$

## 53. ตอบ ข้อ 5 ไม่มีข้อถูก

วิธีทำ

	11		14		19		28		45		68		143		272		529	
ผลต่าง 1		3		5		9		17		23		65		129		257		513
ผลต่าง 2			2		4		8		6 (ควรเป็น 16)		32		64		128		256	
									คลาดเคลื่อน ไม่สอดคล้องกับ แนวโน้ม									

ข้อสอบผิดพลาด ตามเงื่อนไข ตอบข้อ 5

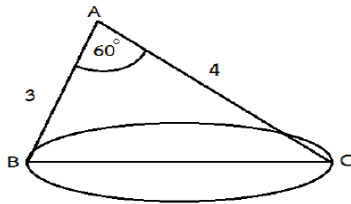
## 54. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$Y = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+4} + 2}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{x}{x(\sqrt{x+4} + 2)} = \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2}$$

เมื่อ  $x$  เข้าสู่  $0$  ( $10^{-10}$  มีค่าน้อยมากจนเข้าสู่ศูนย์) จะได้ 0.25

## 55. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$BC^2 = 3^2 - 2(3)(4) \cos 60 + 4^2 = 13, BC = \sqrt{13}, a = \frac{\sqrt{13}}{2}, c = \sqrt{\left(\frac{13}{4}\right) - 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{จุด B ห่างจากจุดโฟกัส} = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{13} - 3}{2}$$

วิชาวิทยาศาสตร์ (55 ข้อ)

## 56. ตอบ ข้อ 3

## 57. ตอบ ข้อ 1

## 58. ตอบ ข้อ 1

## 59. ตอบ ข้อ 4

## 60. ตอบ ข้อ 1

## 61. ตอบ ข้อ 2

## 62. ตอบ ข้อ 3

## 63. ตอบ ข้อ 2

64. ตอบ ข้อ 2

65. ตอบ ข้อ 2

66. ตอบ ข้อ 1

67. ตอบ ข้อ 3

68. ตอบ ข้อ 2 เนื่องจากเกิดการกระทบกันหรือชนกันของแผ่นธรณีภาคยูเรเชียกับออสเตรเลีย-อินเดีย

69. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\frac{R_x}{R_y} = \sqrt{\frac{M_y}{M_x}} \quad , R_x = 7 \text{ cm./s}$$

$$\frac{7}{R_y} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5} \quad , R_y = 5 \text{ cm/s} \quad \text{ระยะทางของ } y = (5) \cdot (5) = 25 \text{ cm.}$$

70. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{R_x}{R_y} = \sqrt{\frac{d_y}{d_x}}$$

$$\frac{3}{1} = \sqrt{\frac{d_y}{0.09}} \quad , d_y = 0.81 \text{ g/l}$$

71. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

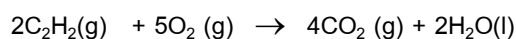
$$n_{\text{รวม}} = 0.4 \left( \frac{30}{1000} \right) + 0.3 \left( \frac{20}{1000} \right) = 0.018 \text{ โมล} \quad , \text{ ความเข้มข้น } C = \frac{1000}{50} (0.018) = 0.36 \text{ โมล/ลิตร}$$

72. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$m = \frac{PVM}{RT} = \frac{8.21(2)(44)}{0.0821(273 - 23)} = 35.2$$

73. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

74. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$\text{CCl}_4$  เป็นของเหลวไม่ละลายน้ำ , C ที่เป็นแกรไฟต์สามารถนำไฟฟ้าในบางระนาบ

## 75. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$0 - (-1.8) = K_f \cdot \frac{342/342}{1} \dots\dots\dots(1)$$

$$0 - (-1.8) = K_f \cdot \frac{90/60}{m} \dots\dots\dots(2)$$

จับหารกันแก้สมการได้  $m = 1.5 \text{ kg}$

## 76. ตอบ ข้อ 4

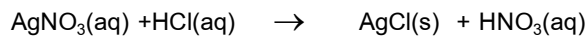
วิธีทำ

$$0.05 = \frac{m}{M} RT \dots\dots\dots(1)$$

$$0.5(x) = \frac{3m}{M} RT \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1)/(2) แก้สมการได้  $x = 0.30 \text{ atm}$

## 77. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$n_{\text{AgCl}} = \frac{0.1435}{143} = 0.001 \text{ โมล เท่ากับโมลของ HCl}(\text{aq})$$

$$\text{ดังนั้น ความเข้มข้นของ HCl} = \frac{0.001}{25} \cdot 1000 = 0.04$$

## 78. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

โลหะ Na + อโลหะ O เป็นไอออนิก , อโลหะ + อโลหะ คือ O กับ H เป็นโคเวเลนต์

## 79. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

2,8,18,4 รวม 32 ตัว ตรงกับ Ge ถ้าจัดแบบ 2,8,8,4 จะได้ 22 เป็นทรานสิทชัน ไม่ใช่ธาตุหมู่ A

## 80. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

A จัดได้ 2,8,8    B จัดได้ 2,8,8,1    C จัดได้ 2,8,8,2

IE1 ของ A อยู่ระดับพลังงานที่สามใกล้เคียงลบมากที่สุดทำให้ใช้พลังงานมากที่สุด

**81. ตอบ ข้อ 1**วิธีทำ

หมู่เดียวกันข้างบนขนาดเล็กมี IE1 มากกว่าข้างล่างที่มีขนาดโตกว่า ดังนั้นขนาด  $Ca > Mg > Be$   
ส่วน IE1 นั้น  $Be > Mg > Ca$

**82. ตอบ ข้อ 2**วิธีทำ

$$ก. n_p = \frac{0.602 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.1 \text{ โมล} \quad ข. Pb(NO_3)_2 \text{ มีโมล} = \frac{82.75}{331.2} = 0.25$$

$$ค. n_{HCl} = \frac{4.48}{22.4} = 0.2 \quad ง. โพลแทสเซียมไอออน = \frac{1.8 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.30$$

ดังนั้น  $ง > ข > ค > ก$

**83. ตอบ ข้อ 2**วิธีทำ

ไออนิก โลหะ + อโลหะ คือข้อ 2

**84. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

Ca เลขอะตอม 20 หายไป 2 เหลือ 18 จัดได้ 2,8,8

Cl เลขอะตอม 17 รับ 1 ได้ 18 จัดได้ 2,8,8

**85. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

$$1. \text{ มี } e = 12 - 2 = 10, n = 13 \quad 2. \text{ มี } e = 13, n = 13$$

$$3. \text{ มี } e = 33 + 3 = 36, n = 42 \quad 4. \text{ มี } e = 16 + 2 = 18, n = 17$$

**86. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

ก.  $C_2H_2$  มีพันธะสามสั้นแต่แข็งแรง,  $C_2H_4$  มีพันธะสองยาวแต่แข็งแรงน้อยลง  $C_2H_6$  เป็นพันธะเดี่ยวยาวที่สุดแต่แข็งแรงน้อยที่สุด

ข. แลตทิซ ดูดความร้อน > ไฮเดรชัน คายความร้อน ดังนั้นจึงเป็นกระบวนการดูดความร้อน

ค. สารไออนิก เป็นของแข็งไม่นำไฟฟ้า แต่เมื่อหลอมเหลวจะนำไฟฟ้าได้

**87. ตอบ ข้อ 1**วิธีทำ

$CS_2$  มุม 180 องศา,  $BF_3$  มุม 120,  $CH_4$  มุม 109.5,  $Cl_2O$  มุม ไม่เกิน 109.5 ข้อ 1 จะใกล้เคียงมากที่สุด

## 88. ตอบ ข้อ 5

$$F\cos 37^\circ - 100 \sin 37^\circ - 0.2 (100\cos 37^\circ + F\sin 37^\circ) = 10(2) , \text{ แก้มการได้ } F = 141 \text{ N} \text{ ดังนั้นไม่มีข้อใดถูก}$$

## 89. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

การเกิดมุมวิกฤตเมื่อจุดกำเนิดแสงอยู่ในตัวกลางที่มีความเร็วแสงน้อย ความยาวคลื่นน้อย มุมตกกระทบน้อย ไปยังตัวกลางที่มี

ความเร็วแสงมาก ความยาวคลื่นแสงมาก ดังนั้นเริ่มจาก B ค่า  $\sin Q_c = \frac{\sin 30}{\sin 45} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ,  $Q_c = 45$

## 90. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$20 = 0 + 5t^2 , t = 2 \text{ วินาที} , v_1 = \sqrt{2(10)(20)} = 20 \text{ m/s} \text{ ลง}$$

$$v_2 \text{ ขึ้น} = \sqrt{2(10)(5)} = 10 \text{ m/s} \text{ ขึ้น} , 0 = 10 - 10t , t = 1 \text{ วินาที} , \text{ ดังนั้นเวลาที่แซ่ } = 3.05 - 3 = 0.05 \text{ วินาที}$$

$$\text{แรงดลเฉลี่ย} = \frac{0.6(10 + 20)}{0.05} = 360 \text{ N}$$

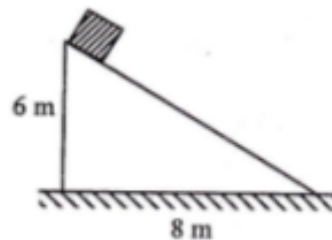
## 91. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$(mg\sin Q - 0.4mg\cos Q) \cdot L = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$(mg(0.6) - 0.4mg(0.8))(10) = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$V_2 = 2\sqrt{14}$$

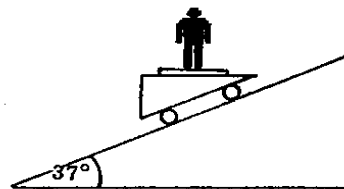


## 92. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$a = g\sin 37^\circ , a_y = g\sin 37^\circ \sin 37^\circ$$

$$500 - N = 50 (g\sin 37^\circ)\sin 37^\circ , N = 320 \text{ นิวตัน}$$



## 93. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$760 \cdot 0.8V = P V , P = 608 \text{ mmHg} \text{ ความดันต่างกัน } 152 \text{ ดังนั้น ความสูง } 152(11) = 1672 \text{ m}$$

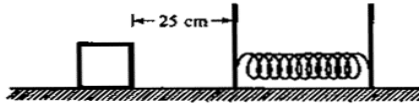


94. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$V_2 = \frac{2(4)(10)}{10} = 8 \text{ m/s}$$

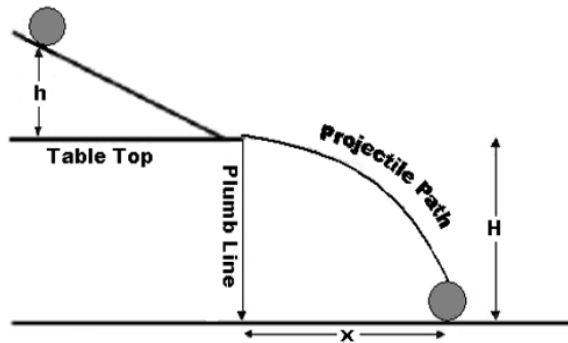
95. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{1}{2}(4.4)(1)^2 = 4(0.25 + d) + \frac{1}{2}(800)d^2$$

$1000d^2 + 10d - 3 = 0$  แก่สมการได้  $d = 0.05$  เมตร หรือ 5 cm.

96. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$mg(28) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right), v = 20 \text{ m/s} \text{ ทิศแนวขนานกับพื้นล่าง}$$

หาเวลา  $20 = 0 + 5t^2, t = 2$  วินาที,  $x = 20(2) = 40$  เมตร

97. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$a_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 a_1 = \left(\frac{24}{36}\right)^2 a = \frac{4}{9}a$$

98. ตอบ ข้อ 5

วิธีทำ

ให้  $v_2$  เป็นความเร็วปืนใหญ่ ดังนั้น  $60v_2 + 4(900\cos 30) = 0, v_2 = -51.96 \text{ m/s}$  (มวลปืนใหญ่ควรจะเป็น 600kg จึงจะมีคำตอบ)

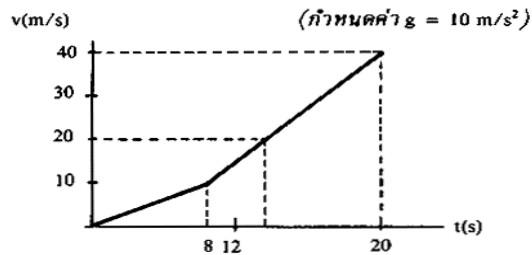
จึงตอบไม่มีข้อใดถูกต้อง

## 99. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$4(V/2)+0 = 1(20)+0, V/2 = 5\text{m/s}, \text{ระยะมากที่สุดวัตถุวิ่งบนพื้นหยาบอย่างอิสระ} = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{5^2}{2(0.2)(10)} = 6.25\text{m}$$

## 100. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

วัตถุหล่นเมื่ออยู่สูง  $0.5(8)(10) = 40\text{m}$ ,  $v = 10\text{m/s}$ , วัตถุตกถึงพื้นในเวลา  $t$  คำนวณจากสมการ  
 $-40 = 10t - 5t^2$  แก้สมการได้  $t = 4$  วินาที, ความเร็วของบอลลงตอนที่วัตถุตกถึงพื้น

$$\text{ความเร็วของบอลลงจากกราฟ คือ } a = \frac{40-10}{20-8} = 2.5$$

$$V = 10 + 2.5(4) = 20 \text{ m/s}$$

## 101. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{วิ่งเท่ากับความเร็วแนวราบของวัตถุ} = 20\sin 60^\circ = 10 \text{ m/s}$$

## 102. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

แบ่งเป็นสามส่วนแต่ละส่วนมีความต้านทาน 30 โอห์ม นำมาต่อขนานกัน

จะได้ความต้านทานรวม  $30/3 = 10$  โอห์ม

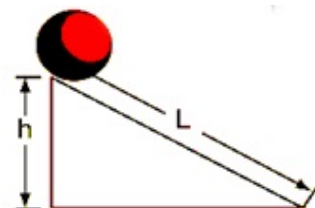
$$I = \frac{22}{10+1} = 2A$$

## 103. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

สูตร  $v = \sqrt{\frac{2gh}{1+k}}$  เมื่อ  $k$  คือตัวเลขหน้า  $mr^2$  ของโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\frac{2}{5}}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$



## 104. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$N_t = \frac{N_0}{2^n}, n = \frac{t}{T_{1/2}}, \frac{1}{10} N_0 = \frac{N_0}{2^n}, 2^n = 10, n = \frac{1}{\log 2} = \frac{1}{0.301} = \frac{t}{30}, t = \frac{30}{0.301} = 100 \text{ นาที}$$

## 105. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

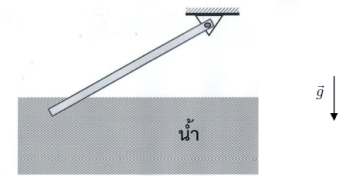
$$250 = \frac{1000(0.8)}{A}, A = 3.2 \text{ ตารางเมตร}$$

## 106. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

แรงลอยตัว =  $24A (D_{\text{น้ำ}})$  มวลที่ชั่งในอากาศ =  $D_3 \times 60A$

จุดหมุนที่บานพับ  $24A(D_{\text{น้ำ}}) (12+36) = D_3 \times 60A \times 30, D_{\text{น้ำ}} = 1.5625 D_3$

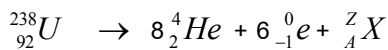


## 107. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$V = 3 \times 10^8 \sin 45 = 2.1 \times 10^8 \text{ m/s}$$

## 108. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$238 = 8(4) + 6(0) + Z$$

$$\text{ดังนั้น } Z = 206, 92 = 8(2) + 6(-1) + A, A = 82$$

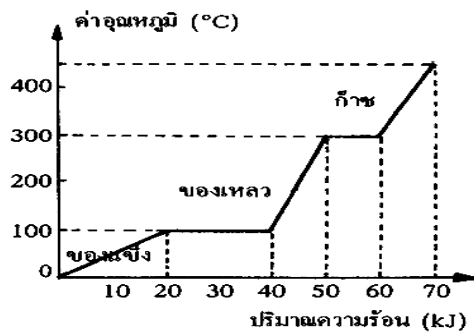
## 109. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$T - 20000 = 2000(2) \text{ ดังนั้น } T = 24000\text{N}$$

$$\text{ความเค้น} = \frac{24000}{5} = 4800 \text{ N/cm}^2 \text{ หรือ } 480 \text{ kg/cm}^2$$

110. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\Delta Q = mc\Delta T \quad , \quad 50-40\text{kJ} = 0.5(c)(300-100) \quad , \quad c = 0.1 \text{ kJ/Kg.K}$$

.....