



## เฉลยปัญหาสอบชุดที่ 1

โครงการรางวัลคุณภาพความเป็นเลิศทางวิชาการ ครั้งที่ 4

วันที่ 9 ธันวาคม 2561 เวลา 0930-1330 (4 ชม.)

จัดสอบโดยโรงเรียนกวดวิชาธนวรรณ

### วิชาคณิตศาสตร์ 55 ข้อ

1. 3	2. 3	3. 1	4. 1	5. 2
6. 4	7. 1	8. 4	9. 4	10. 3
11. 1	12. 4	13. 4	14. 4	15. 3
16. 4	17. 4	18. 3	19. 2	20. 1
21. 3	22. 4	23. 4	24. 2	25. 1
26. 4	27. 4	28. 4	29. 3	30. 4
31. 2	32. 4	33. 1	34. 2	35. 2
36. 4	37. 3	38. 3	39. 3	40. 3
41. 1	42. 3	43. 5 ไม่มีข้อถูก	44. 4	45. 2
46. 1	47. 2	48. 4	49. 1	50. 3
51. 1	52. 1	53. 3	54. 1	55. 4

### วิชาวิทยาศาสตร์ 55 ข้อ

56. 1	57. 4	58. 4	59. 1	60. 2
61. 3	62. 2	63. 4	64. 2	65. 1
66. 2	67. 3	68. 2	69. 4	70. 4
71. 1	72. 2	73. 4	74. 1	75. 2
76. 5 ไม่มีข้อถูก	77. 1	78. 4	79. 2	80. 1
81. 3	82. 4	83. 2	84. 1	85. 2
86. 3	87. 5 ไม่มีข้อถูก	88. 2	89. 3	90. 4
91. 4	92. 3	93. 2	94. 4	95. 2
96. 1	97. 2	98. 3	99. 1	100. 4
101. 3	102. 2	103. 2	104. 1	105. 1
106. 2	107. 2	108. 1	109. 3	110. 2

### วิชาภาษาอังกฤษ 50 ข้อ

1. 4	2. 1	3. 2	4. 2	5. 3
6. 1	7. ฟรี(ใจหายไม่ครบ)	8. ฟรี(ใจหายไม่ครบ)	9. ฟรี(ใจหายไม่ครบ)	10. 4
11. 2	12. 4	13. 2	14. 1	15. 3
16. 4	17. 2	18. 2	19. 4	20. 3
21. 4	22. 2	23. 2	24. 4	25. 1
26. 4	27. 4	28. 1	29. 4	30. 2

31. 2	32. 4	33. 2	34. 2	35. 4
36. 3	37. 1	38. 4	39. 3	40. 3
41. 2	42. 1	43. 4	44. 4	45. 1
46. 1	47. 2	48. 1	49. 4	50. 3

## วิชาภาษาไทย 30 ข้อ

51. 4	52. 1	53. 2	54. 4	55. 2
56. 4	57. 3	58. 2	59. 1	60. 4
61. 4	62. 1	63. 1	64. 3	65. 4
66. 3	67. 3	68. 3	69. 2	70. 1
71. 2	72. 1	73. 2	74. 1	75. 1
76. 3	77. 4	78. 1	79. 3	80. 2

## วิชาสังคมศึกษา 25 ข้อ

81. 3	82. 3	83. 4	84. 1	85. 2
86. 2	87. 4	88. 2	89. 3	90. 2
91. 4	92. 3	93. 4	94. 1	95. 1
96. 1	97. 4	98. 1	99. 1	100. 4
101. 1	102. 3	103. 2	104. 1	105. 1

## เฉลยละเอียดวิชาคำนวณ

## วิชาคณิตศาสตร์ (55 ข้อ)

## 1. ตอบ ข้อ 3

## วิธีทำ

กำหนด A คือพื้นที่ ขนาดพื้นที่ยาว y และ กว้าง x ผูกสมการ  $2000y+6000y + 2000(2x) = 320,000$

ตั้งนั้นลดทอนตัวเลขได้  $2y + x = 80$  ได้  $y = \frac{80-x}{2}$  ขนาดพื้นที่  $A = xy$  ,  $A = (x) \left( \frac{80-x}{2} \right)$  ,  $A = 40x - \frac{x^2}{2}$

$h = -\frac{40}{2(-0.5)} = 40$  ,  $k = 20$  ตั้งนั้นพื้นที่มากที่สุดคือ  $A = 40(20) = 800$  ตารางเมตร

## 2. ตอบ ข้อ 3

## วิธีทำ

$$\pi ab = 8000\pi \quad , \quad ab = 8000 \quad , \quad 2c = 120 \quad , \quad c = 60 \quad , \quad a^2 = 3600+b^2$$

แก้สมการได้  $a = 100$  ,  $b = 80$  ต่างกัน 20

## 3. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

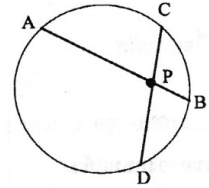
$$b = \frac{3}{4}a, \quad c^2 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2 + a^2 \quad \text{โดยที่ } c = 10 \quad \text{แก้สมการ } a = 8, \quad b = 6, \quad e = \frac{c}{a} = \frac{10}{8} = 1.25$$

## 4. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$(x+12)(x) = (x+2)(x+6) \quad \text{แก้สมการได้ } x = 3 \quad \text{ดังนั้น } AB = 18 \quad \text{รัศมี } 9 \quad \text{จุด } (h,k) = (9,9)$$

$$\text{สมการวงกลม } (x-9)^2 + (y-9)^2 = 81 \quad \text{ถ้า } x = 1, \quad y = 9 \pm \sqrt{17}$$



## 5. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$x_p = 6\cos 53 = 3.6, \quad y_p = 6\sin 53 = 4.8 \quad \text{คู่ลำดับ } (3.6, 4.8)$$

$$\text{สมการเส้นตรง } y - 4.8 = 1(x - 3.6) \quad \text{ตัดแกน } x, y=0 \quad \text{ได้ } x\text{-intercept} = -1.2$$

## 6. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$(\sqrt{2})^{x^2} = \frac{2^{4x}}{4^4}$$

$$2^{\frac{x^2}{2}} = 2^{4x-8}, \quad x^2 = 8x - 16 \quad \text{ได้ } x^2 - 8x + 16 = 0, \quad x = 4 \quad \text{คือ } h$$

$$h = -\frac{b^2}{2a} = \frac{-b}{2(-1)}$$

$$b = 2(4) = 8$$

## 7. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$x = \frac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} + \frac{2^6}{(64)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{และ } y = (\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$$

$$x = \frac{\sqrt[5]{(-2)^5}}{\sqrt[3]{3^3}} + \frac{2^6}{(2^6)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{และ } y = (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2})^2$$

$$x = -\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = -\frac{13}{24}, \quad y = 200$$

$$24x + y = -13 + 200 = 187$$

## 8. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$x^2 - 3xy - 10y^2 + 2x + 39y - 35 = 0$$

$$x^2 - 3xy + 2x - 10y^2 + 39y - 35 = 0$$

$$x^2 - (3y-2)x - 10y^2 + 39y - 35 = 0$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(3y-2)^2 - 4(1)(-10y^2 + 39y - 35)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(3y-2)^2 - 4(1)(-10y^2 + 39y - 35)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(9y^2 - 12y + 4) + 40y^2 - 156y + 140}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm \sqrt{(9y^2 - 12y + 4) + 40y^2 - 156y + 140}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3y-2 \pm (7y-12)}{2(1)} = \frac{10y-14}{2}, \frac{-4y+10}{2} = 5y-7, -2y+5$$

$$(x+ay+b)(x+cy+d) = (x-5y+7)(x+2y-5), a = -5, b = 7, c = 2, d = -5$$

$$a + b + c + d = -5 + 7 + 2 - 5 = -1$$

### 9. ตอบ ข้อ 4

#### วิธีทำ

$$2x^3 + 9x^2 + x - 12 = 0 \text{ มีคำตอบคือ } a, b, c$$

$$12\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 12\left(\frac{bc + ac + ab}{abc}\right) = 12\left(\frac{1/2}{12/2}\right) = 1$$

### 10. ตอบ ข้อ 3

#### วิธีทำ

นำ  $ax - 2$  คูณตลอดเฉพาะที่ทำให้ได้  $x^2$  ฝั่งซ้ายได้  $-8ax^2$  ดังนั้น  $-8a = 24, a = -3$  ค่า  $(-3)^2 + 1 = 10$

### 11. ตอบ ข้อ 1

#### วิธีทำ

$$y = 3x-12 \text{ ดังนั้น } \frac{8^x}{2^y} = \frac{8^x}{2^{3x-12}} = 2^{3x-3x+12} = 2^{12}$$

### 12. ตอบ ข้อ 4

#### วิธีทำ

สามเหลี่ยม ABP มีฐานยาวเท่ากับเลตัสเรกตัม  $4c$  สูงเท่ากับ  $c$ ,  $4c$  คือตัวเลขหน้า  $y$  ดังนั้นพื้นที่เท่ากับ  $\frac{1}{2} \cdot 4c \cdot c = 2c^2 = 32$

### 13. ตอบ ข้อ 4

#### วิธีทำ

A ใช้หมด และ ส่วนเรนจ์เป็นสับเซตของ B สมาชิกโดเมนและเรนจ์ไม่ซ้ำกัน

## 14. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

ก. ลากเส้นขนานแกน  $y$  ตัดสองจุด ดังนั้นไม่เป็น 1-1    ข. โดเมน คือ  $[-0.5, 0.5]$  เรนจ์ คือ  $[0, 1]$  ไม่เท่า  $[0, \infty)$

## 15. ตอบ ข้อ 3

## วิธีทำ

$$\frac{-(2k+12)}{2k} = -k, \quad k^2 - k - 6 = 0, \quad (k-3)(k+2) = 0, \quad k = 3, -2 \quad \text{ผลรวมของค่า } k = 3 + (-2) = 1$$

## 16. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$f^{-1}(\sqrt[3]{x}+1) = x, \quad f^{-1}(x) = (x-1)^3, \quad f^{-1}(a) = (a-1)^3 = a-1$$

แก้สมการได้  $a = 0, 1, 2$  ดังนั้น  $0+1+2 = 3$

## 17. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

$$\left( \frac{2}{1} + \frac{2}{1+2} + \frac{2}{1+2+3} + \frac{2}{1+2+3+4} + \dots \right)^{\frac{5}{2}} = \left( \sum \frac{2}{\frac{n}{2}(n+2)} \right)^{\frac{5}{2}} = \left( 4 \sum \frac{1}{n(n+1)} \right)^{\frac{5}{2}} = \left( 4 \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) \right)^{\frac{5}{2}}$$

= เมื่อ  $n$  เข้าสู่อนันต์  $\frac{1}{n+1}$  เข้าสู่ศูนย์ จึงเหลือ  $4^{\frac{5}{2}} = 2^5 = 32$

## 18. ตอบ ข้อ 3

## วิธีทำ

$$m \cdot n = (35)(525) \quad \text{จัดระเบียบตัวเลขให้ } m \text{ และ } n \text{ อยู่ใน } \{100, 101, 102, \dots, 200\}$$

$$= (175)(105) \quad \text{ทั้งคู่อยู่ในเซตที่ต้องการดังนั้น } 175+105 = 280$$

## 19. ตอบ ข้อ 2

## วิธีทำ

$$(ax^2 + bx + c)(x-1) + 3 = 2x^3 + x^2 - 10x + 10$$

$$(ax^2 + bx + c)(x-1) = 2x^3 + x^2 - 10x + 7 \quad \text{นำ } x-1 \text{ ไปหาร } 2x^3 + x^2 - 10x + 7 \text{ ได้}$$

$$ax^2 + bx + c = 2x^2 + 3x - 7 \quad \text{ดังนั้น } a = 2, b = 3, c = -7, a+b+c = 2+3-7 = -2$$

## 20. ตอบ ข้อ 1

## วิธีทำ

เรียงใหม่  $x, 3.5, 5, 7, 8, 8.5, 12$  มีฐานเท่ากับ  $7 =$  ค่าเฉลี่ยเลขคณิต  
 $x+3.5+5+7+8+8.5+12 = 7(7) = 49, x = 5$  ใช้ไม่ได้เพราะโจทย์บอกไม่มีฐานนิยมสลับใหม่

เป็นไปได้ว่า  $x$  คือมัธยมฐานตั้งนั้น

$$x + 3.5 + 5 + 7 + 8 + 8.5 + 12 = 7x, \quad x = \frac{22}{3}, \quad \text{พิสัย} = 12 - 3.5 = 8.5$$

$$R - x = 8.5 - \frac{22}{3} = \frac{7}{6}$$

### 21. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$(\cos 2A + \cos B)^2 + (\sin 2A + \sin B)^2 = 3$$

$$(\cos 2A)^2 + 2\cos 2A \cdot \cos B + (\cos B)^2 + (\sin 2A)^2 + 2\sin 2A \cdot \sin B + (\sin B)^2 = 3$$

$$1 + 2\cos 2A \cdot \cos B + 1 + 2\sin 2A \cdot \sin B = 3$$

$$2\cos 2A \cdot \sin A + 2\sin 2A \cdot \cos A = 1$$

$$\sin 3A = \frac{1}{2}, \quad A = 10 \text{ องศา}, \quad B = 80 \text{ องศา} \quad \text{ดังนั้น} \quad \tan 3A = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

### 22. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$= 2\tan\left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)\left(\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$= 2\left(-\tan\frac{\pi}{4}\right) + \left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)\left(-\sin\frac{\pi}{3} - 2\sin\frac{\pi}{3}\right) = -2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-3\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

### 23. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ตามเงื่อนไข} \quad \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 0.5, \quad \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = -0.5 \quad \text{ดังนั้น} \quad x = \frac{\pi}{3}, \quad y = \frac{\pi}{2}, \quad 3x + 2y = 2\pi$$

### 24. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$= \frac{\sqrt{2} \cos 3A - \cos 4A}{\sqrt{2} \sin 3A + \sqrt{3} \sin 4A}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cos(225) - \cos(300)}{\sqrt{2} \sin(225) + \sqrt{3} \sin(300)} = \frac{\sqrt{2}(-\cos(45) - \cos(60))}{\sqrt{2}(-\sin(45) - \sqrt{3} \sin(60))} = \frac{-1 - 0.5}{-1 - 1.5} = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5}$$

### 25. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ดังนั้น} \quad A+B = 45 \text{ องศา หรือ } \frac{\pi}{4}$$

## 26. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\det 2A B^t C^{-1} = 2^3 \det A \cdot \det B \cdot \frac{1}{\det C} = 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} = 12$$

## 27. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{vmatrix} = -4, \quad \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} = (-2)4 = -8$$

$$\begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} \text{ ไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น } \begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ g & h & i \\ -2a & -2b & -2c \end{vmatrix} = -8$$

## 28. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 5, \quad \det(B^{-1}CB^t) = \det B^{-1} \det B \det C = -10, \quad \det C = -10$$

$$\det CA^tC^t = \det C \cdot \det A \cdot \det C = (-10)(5)(-10) = 500$$

## 29. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}} + \sqrt{2x+8+6\sqrt{2x-1}} = 10$$

$$= \sqrt{2x-1} + 1 + \sqrt{2x-1} + 3 = 10$$

$$= \sqrt{2x-1} + \sqrt{2x-1} = 6$$

$$= \sqrt{2x-1} = 3, \text{ แก้สมการได้ } x = 5 \text{ ดังนั้น } x+15 = 20$$

## 30. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$n(E \cup T) = n(E) + n(T) - n(E \cap T) = 20 + 10 - 5 = 25$$

$$n(M) = 50 - (25 + 15) = 10$$

**31. ตอบ ข้อ 2**วิธีทำ

$$\text{Log}A = 3.12(\text{Log}2) = 0.939, \quad \text{Log}B = 2.13\text{Log}3 = 1.016, \quad \text{Log}C = 1.31 \text{Log}5 = 0.9157, \quad \text{Log}D = 0.81(\text{Log}4) = 0.4876$$

$$B > A > C > D$$

**32. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

ค่าความจริงของ  $p, q, r$  คือ T, T, F ไปแทนใน choice ข้อที่มีค่าความจริงเป็นจริงคือ ข้อ 4

**33. ตอบ ข้อ 1**วิธีทำ

$$a, b, c, d, \quad d - a = 6, \quad a + b + c + d = 16$$

สมมติ  $a, b$  เป็น 4 จะได้  $c = -2$  ไปไม่ได้

สมมติ  $b, c$  เป็น 4 จะได้  $a = 1, d = 7$  ดังนั้น ข้อมูลคือ 1, 4, 4, 7

**34. ตอบ ข้อ 2**วิธีทำ

$$A = \{(1,1), (1,2), (2,1)\} \quad B = \{1,2\}, \quad B \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$$

$$C = (B \times B) - A = \{(2,1), (2,2)\}, \quad P(C) \text{ มีสมาชิก } 2^2 = 4$$

**35. ตอบ ข้อ 2**วิธีทำ

$$P(\text{ชาย 2 หญิง 1}) = 3 \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{9}$$

**36. ตอบ ข้อ 4**วิธีทำ

$\sim(q \rightarrow p) \wedge r$  มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ  $\sim(q \rightarrow p)$  เป็น T,  $r$  เป็น T

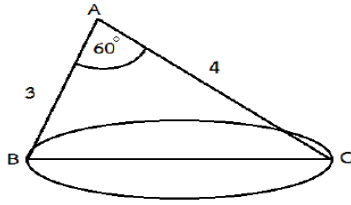
$(q \rightarrow p)$  เป็น F สรุปได้ว่า  $q = T, p = F$  นำไปแทนใน choice ตรงกับข้อ 4

**37. ตอบ ข้อ 3**วิธีทำ

$|x| \leq 2$  ได้  $-2 \leq x \leq 2$  ลองนำไปแทนในสมการใน choice มี  $x = -1$  ไปแทนได้  $1 < 3$  เป็นจริง



## 38. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$BC^2 = 3^2 - 2(3)(4)\cos 60 + 4^2 = 13, BC = \sqrt{13}, a = \frac{\sqrt{13}}{2}, c = \sqrt{\left(\frac{13}{4}\right) - 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{จุด B ห่างจากจุดโฟกัส} = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{13} - 3}{2}$$

## 39. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$6\sin A = 4\sin B = 3\sin C = p \text{ ดังนั้น } \sin A = \frac{p}{6}, \sin B = \frac{p}{4}, \sin C = \frac{p}{3}$$

$$\text{กฎของ Cosine : } \left(\frac{p}{3}\right)^2 = \left(\frac{p}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{4}\right)\left(\frac{p}{6}\right)\cos C + \left(\frac{p}{6}\right)^2$$

$$\text{แก้สมการได้ } \cos C = -\frac{1}{4}$$

## 40. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$1. A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A \times A = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$$

$$2. A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB = I, BA = I$$

$$3. \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2 = 2$$

## 41. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

หารแบบยุคลิด

$$\begin{aligned} 611 &= 403(1) + 208 \\ 403 &= 208(1) + 195 \\ 208 &= 195(1) + 13 \\ 195 &= 13(15) + 0 \\ \text{ห.ร.ม. คือ } 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13 &= 208 - 195(1) \\ &= 208 - (403-208) = 208(2) - 403 \\ &= [611-403(1)]2 - 403 \\ &= 611(2) + 403(-3) \text{ ดังนั้น } y = 2, x = -3 \\ \text{ดังนั้น } x+y &= -3+2 = -1 \end{aligned}$$

## 42. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ใช้การหารแบบยุคลิด หรืออื่นๆเช่นตั้งหารหรือแยกตัวประกอบ จะได้  $a = 31$  ,  $b = 1$  ,  $a-b = 31-1 = 30$

## 43. ตอบ ข้อ 5 ไม่มีข้อถูก

วิธีทำ

	11		14		19		28		45		68		143		272		529	
ผลต่าง1		3		5		9		17		23		65		129		257		513
ผลต่าง2			2		4		8		6 (ควรเป็น 16)		32		64		128		256	
									ตลาดเคลื่อน ไม่สอดคล้อง กับแนวโน้ม									

ข้อสอบผิดพลาด ตามเงื่อนไข ตอบข้อ5

## 44. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$Y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x+4}+2}$$

เมื่อ  $x$  เข้าสู่  $0$  ( $10^{-10}$  มีค่าน้อยมากจนเข้าสู่ศูนย์) จะได้ 0.25

## 45. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ต้นทุน  $p = \frac{1200}{1.2} = 1000$  ตั้งราคาใหม่  $S = 1000(1 + \frac{200}{100}) = 3000$  บาท ขายจริงลด 50% เหลือ 1500 บาท

พบว่าเกินต้นทุนมา  $1500 - 1000 = 500$  บาท

## 46. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

แถวบนตัวหน้า 4,5, a = 6 , แถวบนตัวหลัง  $3^2, 4^2, 5^2, 6^2$  , b =  $7^2 = 49$

แถวล่างตัวหน้า 2,4,6,8, c = 10 แถวล่างตัวหลัง 3,4,5,6, d = 7 ดังนั้น  $(6+49) - (10 \cdot 7) = -15$

## 47. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$gx = \frac{1}{2}(\sqrt{240})^2 \quad , \quad x = 12 \quad , \quad x+y = 25 \text{ ดังนั้น } x = 13 \quad \text{ด้าน } z = 5 \quad , \quad x+y+z = 12+13+5 = 30$$

## 48. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$x = \sqrt{5} + y$  ไปแทนในรหัสลับได้

$$3(y+\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}(y+\sqrt{5})+3y^2 - \sqrt{5}y - 6(y+\sqrt{5})y \text{ หักล้างกันได้ } 20$$

## 49. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

อายุจากน้อยไปมาก a , b , c , d , a+b+c+d = 24 , a+d = 13 , b+c = 24-13 = 11 หา  $\frac{b+c}{2} = 5.5$

## 50. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - (mean)^2} = \sqrt{\frac{300}{10} - 5^2} = \sqrt{5}$$

## 51. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

ค่าใช้จ่าย = C , เวลา = t , อัตราเร็ว = v ดังนั้น  $C = K \frac{t}{v}$  ทำเป็นสมการได้  $\frac{C_1 V_1}{t_1} = \frac{C_2 V_2}{t_2}$

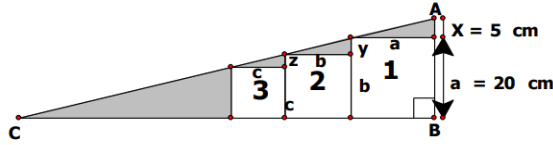
ระยะทางจากกรุงเทพฯ ไปสระบุรี = x (คงที่)

$$\frac{C_1 V_1}{t_1} = \frac{C_2 V_2}{t_2} \text{ เมื่อ } C_1 = 800 , V_1 = 80 , t_1 = \frac{x}{80} , C_2 = ? , v_2 = 100 , t_2 = \frac{x}{100}$$

$$\frac{(800)(80)}{x/80} = \frac{C_2(100)}{x/100} \text{ แก้สมการได้ } C_2 = 512 \text{ บาท}$$

52. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ



จากรูป 1 และ 2 ,  $y = \frac{5}{20} \cdot (20 - y)$  ได้  $y = 4$  ,  $b = 20 - 4 = 16$

จากรูป 2 และ 3 ,  $z = \frac{4}{16} \cdot (16 - z)$  ได้  $z = 3.2$  ,  $c = 16 - 3.2 = 12.8$

ใช้สามเหลี่ยมคล้ายรูป 1 กับสามเหลี่ยม ABC พบว่าด้าน BC = 100

พื้นที่แรเงา =  $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 100 - [20 \cdot 20 + 16 \cdot 16 + 12.8(12.8)] = 1250 - 819.84 = 430.16$

53. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ก.  $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 13 = 0$  ,  $(h,k) = (2, 2)$  ,  $a^2 = \frac{(2)^2 + 2(2)^2 + 13}{(1)}$  ดังนั้น  $a = 5$  แกนเอกยาว 10 หน่วย ไม่ถูก

ข.  $x^2 - 2y^2 - 4x - 8y - 13 = 0$  ,  $(h,k) = (2, -2)$  ,  $a^2 = \frac{(2)^2 - 2(2)^2 + 13}{(1)}$  ,  $a = 3$  ,  $2a = 6$  ถูกต้อง

ค.  $x^2 - 4x + 8y - 20 = 0$  หน้า  $y$  เป็นบวกแสดงว่าคว่ำ ถูกต้อง

54. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

เส้นตรงทั้งสองทับกันดังนั้น  $2a + b - 1 = 3a - b + 3 \dots\dots\dots(1)$

$3a - b = 2a + 3b - 1 \dots\dots\dots(2)$

แก้สมการได้  $a = -7$  ,  $b = -1.5$  ดังนั้น  $a + b = -8.5$

55. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ความชันเส้นสัมผัส  $m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 = 3(2)^2 = 12$

สมการเส้นตรง  $y - 8 = 12(x - 2)$  ; ตัดแกน  $y$  เมื่อ  $x = 0$  , ได้  $y = -16$

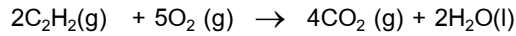
วิชาวิทยาศาสตร์ (55 ข้อ)

## 56. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$m = \frac{PVM}{RT} = \frac{8.21(2)(44)}{0.0821(273-23)} = 35.2$$

## 57. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

4L(เหลือ6) 10 L (หมด) 8L

ดังนั้นเหลือ gas 6+8 = 14L

## 58. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\frac{R_x}{R_y} = \sqrt{\frac{M_y}{M_x}}, R_x = 7 \text{ cm./s}$$

$$\frac{7}{R_y} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}, R_y = 5 \text{ cm/s} \quad \text{ระยะทางของ } y = (5) \cdot (5) = 25 \text{ cm.}$$

## 59. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{R_x}{R_y} = \sqrt{\frac{d_y}{d_x}}$$

$$\frac{3}{1} = \sqrt{\frac{d_y}{0.09}}, d_y = 0.81 \text{ g/l}$$

## 60. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$n_{\text{รวม}} = 0.4 \left( \frac{30}{1000} \right) + 0.3 \left( \frac{20}{1000} \right) = 0.018 \text{ โมล}, \text{ ความเข้มข้น } C = \frac{1000}{50} (0.018) = 0.36 \text{ โมล/ลิตร}$$

## 61. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$\text{CCl}_4$  เป็นของเหลวไม่ละลายน้ำ, C ที่เป็นแกรไฟต์สามารถนำไฟฟ้าในบางระนาบ

## 62. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$0 - (-1.8) = K_f \cdot \frac{342/342}{1} \dots\dots\dots(1)$$

$$0 - (-1.8) = K_f \cdot \frac{90/60}{m} \dots\dots\dots(2)$$

จับหารกันแก้สมการได้  $m = 1.5 \text{ kg}$

## 63. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$0.05 = \frac{m}{M} RT \dots\dots\dots(1)$$

$$0.5(x) = \frac{3m}{M} RT \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1)/(2) แก้สมการได้  $x = 0.30 \text{ atm}$

## 64. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

2,8,18,4 รวม 32 ตัว ตรงกับ Ge ถ้าจัดแบบ 2,8,8,4 จะได้ 22 เป็นทรานสิทชั้น ไม่ใช่ธาตุหมู่ A

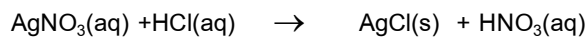
## 65. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

A จัดได้ 2,8,8    B จัดได้ 2,8,8,1    C จัดได้ 2,8,8,2

IE1 ของ A อยู่ระดับพลังงานที่สามใกล้เคียงสมมากที่สุดทำให้ใช้พลังงานมากที่สุด

## 66. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$n_{\text{AgCl}} = \frac{0.1435}{143} = 0.001 \text{ โมล เท่ากับโมลของ HCl}(\text{aq})$$

$$\text{ดังนั้น ความเข้มข้นของ HCl} = \frac{0.001}{25} \cdot 1000 = 0.04$$

## 67. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

โลหะ Na + อโลหะ O เป็นไอออนิก , อโลหะ + อโลหะ คือ O กับ H เป็นโคเวเลนต์

## 68. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ไอออนิก โลหะ + อโลหะ คือข้อ 2

## 69. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

Ca เลขอะตอม 20 หายไป 2 เหลือ 18 จัดได้ 2,8,8

Cl เลขอะตอม 17 รับ 1 ได้ 18 จัดได้ 2,8,8

## 70. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

1. มี e = 12-2 = 10 , n = 13    2. มี e = 13 , n = 13

3. มี e = 33+3 = 36, n = 42    4. มี e = 16+2 = 18 , n = 17

## 71. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

หมู่เดียวกันข้างบนขนาดเล็กมี IE1 มากกว่าข้างล่างที่มีขนาดโตกว่า ดังนั้นขนาด  $Ca > Mg > Be$   
ส่วน IE1 นั้น  $Be > Mg > Ca$

## 72. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$ก. n_p = \frac{0.602 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.1 \text{ โมล} \quad ข. Pb(NO_3)_2 \text{ มีโมล} = \frac{82.75}{331.2} = 0.25$$

$$ค. n_{HCl} = \frac{4.48}{22.4} = 0.2 \quad ง. โพแทสเซียมไอออน = \frac{1.8 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.30$$

ดังนั้น  $ง > ข > ค > ก$

## 73. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ก.  $C_2H_2$  มีพันธะสามสั้นแต่แข็งแรง ,  $C_2H_4$  มีพันธะสองยาวแต่แข็งแรงน้อยลง  $C_2H_6$  เป็นพันธะเดี่ยวยาวที่สุดแต่แข็งแรงน้อยที่สุด

ข. แลตทิจ ดูดความร้อน > ไฮเดรชั่น คายความร้อน ดังนั้นจึงเป็นกระบวนการดูดความร้อน

ค. สารไอออนิก เป็นของแข็งไม่นำไฟฟ้า แต่เมื่อหลอมเหลวจะนำไฟฟ้าได้

## 74. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$CS_2$  มุม 180 องศา ,  $BF_3$  มุม 120 ,  $CH_4$  มุม 109.5 ,  $Cl_2O$  มุม ไม่เกิน 109.5 ข้อ 1 จะใกล้เคียงมากที่สุด

## 75. ตอบ ข้อ 2

## วิธีทำ

$$20 = 0 + 5t^2, t = 2 \text{ วินาที}, v_1 = \sqrt{2(10)(20)} = 20 \text{ m/s} \text{ ลง}$$

$$v_2 \text{ ขึ้น} = \sqrt{2(10)(5)} = 10 \text{ m/s} \text{ ขึ้น}, 0 = 10 - 10t, t = 1 \text{ วินาที}, \text{ ดังนั้นเวลาที่แซ่} = 3.05 - 3 = 0.05 \text{ วินาที}$$

$$\text{แรงตลเฉื่อย} = \frac{0.6(10 + 20)}{0.05} = 360 \text{ N}$$

## 76. ตอบ ข้อ 5

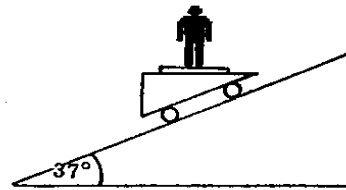
$$F \cos 37^\circ - 100 \sin 37^\circ - 0.2 (100 \cos 37^\circ + F \sin 37^\circ) = 10(2), \text{ แก้มการได้ } F = 141 \text{ N} \text{ ดังนั้นไม่มีข้อใดถูก}$$

## 77. ตอบ ข้อ 1

## วิธีทำ

$$a = g \sin 37^\circ, a_y = g \sin 37^\circ \sin 37^\circ$$

$$500 - N = 50 (g \sin 37^\circ) \sin 37^\circ, N = 320 \text{ นิวตัน}$$



## 78. ตอบ ข้อ 4

## วิธีทำ

การเกิดมุมวิกฤตเมื่อจุดกำเนิดแสงอยู่ในตัวกลางที่มีความเร็วแสงน้อย ความยาวคลื่นน้อย มุมตกกระทบน้อย ไปยังตัวกลางที่มี

$$\text{ความเร็วแสงมาก ความยาวคลื่นแสงมาก ดังนั้นเริ่มจาก B} \quad \text{ค่า } \sin Q_c = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}, Q_c = 45^\circ$$

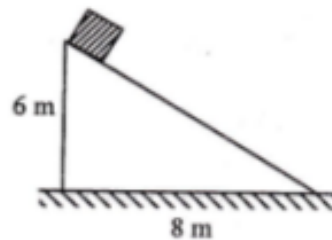
## 79. ตอบ ข้อ 2

## วิธีทำ

$$(mg \sin Q - 0.4mg \cos Q) \cdot L = \frac{1}{2} m v_2^2 - 0$$

$$(mg(0.6) - 0.4mg(0.8))(10) = \frac{1}{2} m v_2^2 - 0$$

$$v_2 = 2\sqrt{14}$$



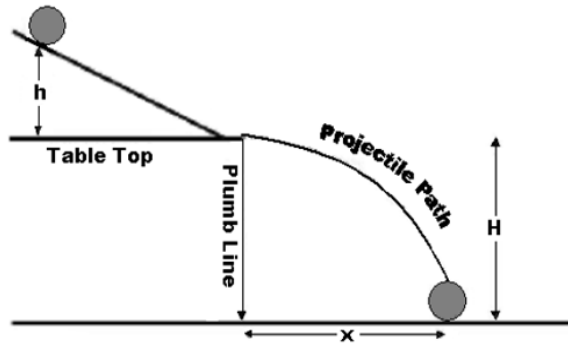
## 80. ตอบ ข้อ 1

## วิธีทำ

$$760 \cdot 0.8V = PV, P = 608 \text{ mmHg} \text{ ความดันต่างกัน } 152 \text{ ดังนั้น ความสูง } 152(11) = 1672 \text{ m}$$



81. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$mg(28) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right) \quad , \quad v = 20\text{m/s} \text{ ทิศแนวขนานกับพื้นล่าง}$$

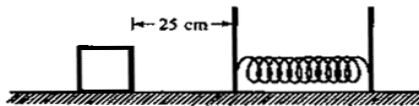
$$\text{หาเวลา } 20 = 0 + 5t^2 \quad , \quad t = 2 \text{ วินาที} \quad , \quad x = 20(2) = 40 \text{ เมตร}$$

82. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$V_2 = \frac{2(4)(10)}{10} = 8\text{m/s}$$

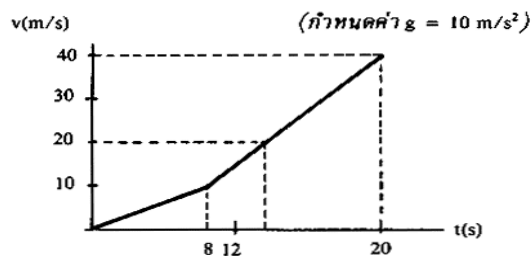
83. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{1}{2}(4.4)(1)^2 = 4(0.25 + d) + \frac{1}{2}(800)d^2$$

$$1000d^2 + 10d - 3 = 0 \text{ แก้สมการได้ } d = 0.05 \text{ เมตร หรือ } 5 \text{ cm.}$$

84. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

วัตถุหล่นเมื่ออยู่สูง  $0.5(8)(10) = 40\text{m}$  ,  $v = 10\text{m/s}$  , วัตถุตกถึงพื้นในเวลา  $t$  คำนวณจากสมการ

$-40 = 10t - 5t^2$  แก้สมการได้  $t = 4$  วินาที , ความเร็วของบอลลงตอนที่วัตถุตกถึงพื้น

$$\text{ความเร็วของบอลลงจากกราฟ คือ } a = \frac{40-10}{20-8} = 2.5$$

$$V = 10 + 2.5(4) = 20 \text{ m/s}$$

85. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{วิ่งเท่ากับความเร็วแนวราบของวัตถุ} = 20\sin 60^\circ = 10 \text{ m/s}$$

86. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$a_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 a_1 = \left(\frac{24}{36}\right)^2 a = \frac{4}{9} a$$

87. ตอบ ข้อ 5

วิธีทำ

ให้  $v_2$  เป็นความเร็วปืนใหญ่ ดังนั้น  $60V_2 + 4(900\cos 30) = 0$  ,  $v_2 = -51.96 \text{ m/s}$  (มวลปืนใหญ่ควรจะเป็น 600kg จึงจะมีคำตอบ)  
จึงตอบไม่มีข้อใดถูกต้อง

88. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$4(V_2) + 0 = 1(20) + 0 , V_2 = 5 \text{ m/s} , \text{ระยะมากที่สุดวัตถุวิ่งบนพื้นหยาบอย่างอิสระ} = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{5^2}{2(0.2)(10)} = 6.25 \text{ m}$$

89. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

แบ่งเป็นสามส่วนแต่ละส่วนมีความต้านทาน 30 โอห์ม นำมาต่อขนานกัน  
จะได้ความต้านทานรวม  $30/3 = 10$  โอห์ม

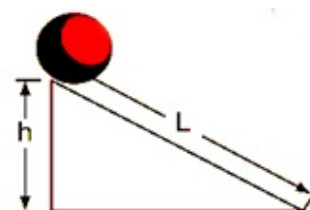
$$I = \frac{22}{10+1} = 2 \text{ A}$$

90. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

สูตร  $v = \sqrt{\frac{2gh}{1+k}}$  เมื่อ  $k$  คือตัวเลขหน้า  $mr^2$  ของโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\frac{2}{5}}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$



## 91. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$T - 20000 = 2000(2) \quad \text{ดังนั้น} \quad T = 24000\text{N}$$

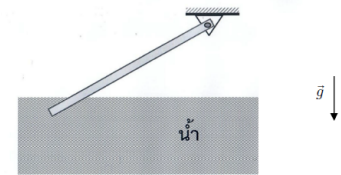
$$\text{ความเค้น} = \frac{24000}{5} = 4800\text{N/cm}^2 \quad \text{หรือ} \quad 480\text{ kg/cm}^2$$

## 92. ตอบ ข้อ 3

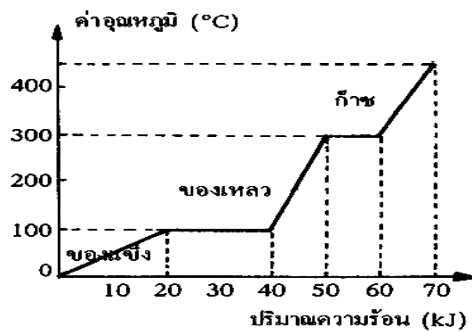
วิธีทำ

$$\text{แรงลอยตัว} = 24A \quad (D_{\text{น้ำ}}) \quad \text{มวลที่ชั่งในอากาศ} = D_1 \times 60A$$

$$\text{จุดหมุนที่บ้านพิง} \quad 24A(D_{\text{น้ำ}})(12+36) = D_1 \times 60A \times 30, \quad D_{\text{น้ำ}} = 1.5625 D_1$$

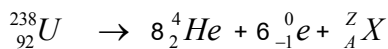


## 93. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\Delta Q = mc\Delta T \quad , \quad 50-40\text{KJ} = 0.5(c)(300-100) \quad , \quad c = 0.1\text{ KJ/Kg.K}$$

## 94. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$238 = 8(4)+6(0)+Z$$

$$\text{ดังนั้น} \quad Z = 206 \quad , \quad 92 = 8(2)+6(-1)+A \quad , \quad A = 82$$

## 95. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$N_t = \frac{N_0}{2^n}, \quad n = \frac{t}{T_{1/2}} \quad , \quad \frac{1}{10} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \quad , \quad 2^n = 10 \quad , \quad n = \frac{1}{\log 2} = \frac{1}{0.301} = \frac{t}{30} \quad , \quad t = \frac{30}{0.301} = 100 \text{ นาที}$$

## 96. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$V = 3 \times 10^8 \sin 45 = 2.1 \times 10^8 \text{ m/s}$$

97. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$250 = \frac{1000(0.8)}{A}, A = 3.2 \text{ ตารางเมตร}$$

98. ตอบ ข้อ 3

99. ตอบ ข้อ 1

100. ตอบ ข้อ 4

101. ตอบ ข้อ 3

102. ตอบ ข้อ 2

103. ตอบ ข้อ 2

104. ตอบ ข้อ 1

105. ตอบ ข้อ 1

106. ตอบ ข้อ 2

107. ตอบ ข้อ 2

108. ตอบ ข้อ 1

109. ตอบ ข้อ 3

110. ตอบ ข้อ 2 เนื่องจากการกระทบกันหรือชนกันของแผ่นธรณีภาคยูเรเชียกับออสเตรเลีย-อินเดีย

.....