



## เฉลยปัญหาสอบชุดที่ 2

โครงการรางวัลคุณภาพความเป็นเลิศทางวิชาการ ครั้งที่ 3

วันที่ 9 ธันวาคม 2560 เวลา 0930-1330 (4 ชม.)

จัดสอบโดยโรงเรียนกวดวิชาธนวรรณ

### วิชาคณิตศาสตร์ (55 ข้อ)

#### 1. ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$(6 + \sqrt{35})^{2x-3} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(6 + \frac{2}{2}\sqrt{35}\right)^{2x-3} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{12+2}{2}\sqrt{35}\right)^{2x-3} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^{2(2x-3)} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$2(2x-3) = 1 \text{ แก้สมการได้ } x = \frac{7}{4}$$

#### 2. ตอบ ข้อ 1

##### วิธีทำ

$$\sqrt{8 + \sqrt{24 - 8\sqrt{5}}} - \sqrt{5} = \sqrt{8 + \sqrt{24 - 2\sqrt{16 \times 5}}} - \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{8 + \sqrt{24 - 2\sqrt{20 \times 4}}} - \sqrt{5} = \sqrt{8 + \sqrt{20 - \sqrt{4}}} - \sqrt{5} = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 1$$

#### 3. ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$(5 + 2\sqrt{6})^x - \frac{10}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-x}} + 1 = 0$$

$$(5 + 2\sqrt{6})^x - \frac{10}{((\sqrt{3} + \sqrt{2})^2)^{-x/2}} + 1 = 0$$

$$(5+2\sqrt{6})^x - \frac{10}{(5+2\sqrt{6})^{-x/2}} + 1 = 0$$

$$(5+2\sqrt{6})^x - 10(5+2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} + 1 = 0$$

$$(5+2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} = \frac{10 \pm \sqrt{100-4}}{2(1)} = 5 \pm 2\sqrt{6} = 5+2\sqrt{6}, (5+2\sqrt{6})^{-1}$$

$$x = 2 \text{ กับ } -2 \text{ ดังนั้น } a.b = -4$$

#### 4. ตอบ ข้อ 4

##### วิธีทำ

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 3 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

ตรวจสอบ แถวแรกของ  $\text{adj}(A)$  จาก  $C_{11}^T = 14$ ,  $C_{12}^T = -9$ ,  $C_{13}^T = -12$  พบว่าตรงกับข้อที่ 4

#### 5. ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} = 1(1)(5) + 3(-1)(10) + 2(1)(5) = -15 \text{ ข้อที่เป็นไปได้คือ 1 กับ 2}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ตรวจสอบแถวแรกของ  $\text{adj}(A)$ ,  $C_{11}^T = (1)(5) = 5$ ,  $C_{12}^T = (-1)(7) = -7$ ,  $C_{13}^T = (1)(-1) = -1$  ตรงกับข้อ 2

#### 6. ตอบ ข้อ 3

##### วิธีทำ

$$N(S) = 10 \cdot 9 \cdot 8$$

$$N(E) = (7)(6)(3)$$

$$P(E) = \frac{(7)(6)(3)}{(10)(9)(8)} = \frac{7}{40}$$

## 7. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ความเป็นไปได้} \quad \text{ถูก} \quad \text{ถูก} \quad \text{ผิด} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64} \\ \text{ถูก} \quad \text{ผิด} \quad \text{ถูก} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64} \\ \text{ผิด} \quad \text{ถูก} \quad \text{ถูก} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64} \\ \text{ถูก} \quad \text{ถูก} \quad \text{ถูก} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64} \\ \text{รวม} &= \frac{54}{64} \end{aligned}$$

## 8. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 2x^3 - 5x^2 + x + 2 &= 0 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + a + b + c & \\ \frac{bc + ac + ab}{abc} + a + b + c &= \frac{1/2}{-(2)/2} + -(-5/2) = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 \end{aligned}$$

## 9. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned} h &= -\frac{b}{2a} \\ -2 &= -\frac{(-b)}{2a} \quad \text{ดังนั้น} \quad b = -4a \\ \text{พาราโบลาจึงมีสมการเป็น} \quad y &= ax^2 - (-4a)x + 5 \\ &= ax^2 + 4ax + 5 \\ \text{แทนค่า (h,k) ในสมการได้} \quad 1 &= a(-2)^2 + 4a(-2) + 5 \quad \text{ย้ายข้างได้} \quad a = 1, b = -4 \quad \text{ดังนั้น} \quad a^2 + b^2 = 1^2 + (-4)^2 = 17 \end{aligned}$$

## 10. ตอบ ข้อ ฟรี (ไม่มีข้อถูก)

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 4c = 80 \quad \text{ดังนั้น} \quad c &= 20 \quad \text{เป็น พาราโบลาที่ว่า} \quad \text{ให้พื้นเป็นแกนอ้างอิง } x \quad \text{และแนวผ่านจุดวกกลับเป็นแกน } y \quad \text{ดังนั้นจุดวกกลับคือ } (0,20) \\ \text{สมการคือ} \quad x^2 &= -80(y-20) \quad \text{นำ } x = -35 \quad \text{ไปแทนได้} \quad y = \frac{75}{16} \quad \text{ไม่มีข้อใดถูก} \end{aligned}$$

## 11. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2; x < 1 \\ x; x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = 1 - |x+1| = \begin{cases} 1 - (-(x+1)); x < -1 \\ 1 - (x+1); x \geq -1 \end{cases} = \begin{cases} x+2; x < -1 \\ -x; x \geq -1 \end{cases}$$

$f(x) \cdot g(x)$  ผลที่ได้คือ 1.  $2x^3 + 4x^2$ ,  $x < -1$  , 2.  $-2x^3$ ,  $-1 \leq x < 1$  , 3.  $x^2 + 2x$ ;  $x$  เป็นเซตว่าง  
4.  $-x^2$ ;  $x \geq 1$  ใช้ได้ข้อ 1,2,4

## 12. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$f(x) = ax^2 \text{ เมื่อ } x < 0 \text{ , } g(x) = 2x^3 \text{ เมื่อ } x \in \mathbb{R} \text{ ถ้า } f^{-1} \circ g(1) = -1$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{x}{a}} \text{ , } f^{-1} \circ g(1) = -1 \text{ , } f^{-1} \circ g(x) = -\sqrt{\frac{2x^3}{a}} \text{ , } f^{-1} \circ g(1) = -\sqrt{\frac{2(1)^3}{a}} = -1 \text{ , } a = 2$$

$$f^{-1}(16) = -\sqrt{\frac{16}{2}} = -\sqrt{8} \text{ , } g^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2}} \text{ , } g^{-1}(16) = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = 2$$

$$\frac{f^{-1}(16)}{g^{-1}(16)} = \frac{-\sqrt{8}}{2} = -1.414$$

## 13. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$a*b = a + b + 10ab \text{ ให้ } a = u = \text{เอกลักษณ์}$$

$$u * b = u + b + 10ub = b \text{ , } u + 10ub = 0 \text{ , } u = 0$$

$$\text{ให้ } b = u = \text{เอกลักษณ์}$$

$$a * b = a + u + 10ua = a \text{ , } u + 10ua = 0 \text{ , } u = 0$$

แสดงว่าเอกลักษณ์คือ 0

$$\text{Inv}(2) * 2 = \text{Inv}(2) + 2 + 10\text{Inv}(2)(2) = \text{เอกลักษณ์} = 0$$

$$21\text{Inv}(2) = -2 \text{ ดังนั้น } \text{Inv}(2) = -\frac{2}{21}$$

## 14. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{(6x^2 - 7xy + 2x - y + 2y^2)(xy + y - x - 1)}{(3x - 2y + 1)(2xy - 2x + y - y^2)}$$

ให้  $x = 1$  ,  $y = 3$  แทนค่าในเศษส่วนพหุนามได้

$$\frac{(6(1)^2 - 7(1)(3) + 2(1) - 3 + 2(3)^2)((1)(3) + 3 - 1 - 1)}{(3(1) - 2(3) + 1)(2(1)(3) - 2(1) + 3 - 3^2)} = \frac{(2)(4)}{(-2)(-2)} = 2$$

ดังนั้น ข้อ 1.  $1 - 1 = 0$  , 2.  $1 + 1 = 2$  ข้อนี้ถูก , 3.  $2(1) + 3 = 5$  , 4.  $3 - 2 = 1$

## 15. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$f(x) = 4x \text{ และ } g(x) = \frac{2}{x-1}$$

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

$$4\left(\frac{2}{x-1}\right) = \left(\frac{2}{4x-1}\right) \text{ แก้สมการได้ } x = \frac{1}{5}$$

## 16. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$[(f^{-1} \circ f) \circ f^{-1}](x) = f^{-1}(x)$$

$$f(x) = x^3 + 1, \quad f^{-1}(x^3 + 1) = x \text{ ให้ } x^3 + 1 = 9 \text{ ดังนั้น } x = 2 \text{ แทนขวามือ } x = 2$$

$$f^{-1}(9) = 2$$

## 17. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} = 1(-1)^3(-16+5) + 0 + 3(-1)^5(15-8) = -10$$

$$\det(B) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} = 0(-1)^3(0-0) + 3(-1)^4(-8+6) + 2(-1)^5(0-0) = -6$$

$$\det(A \cdot B \cdot C) = 120$$

$$\det(A) \cdot \det(B) \cdot \det(C) = 120$$

$$(-10)(-6) \det(C) = 120$$

$$\det(C) = 2$$

$$\det(\text{adj}(C)) = (\det(C))^{3-1} = (2)^2 = 4$$

## 18. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$2\cos^2 x - 2\cos 2x = 1$$

$$2\cos^2 x - 2(2\cos^2 x - 1) = 1$$

$$-2\cos^2 x + 2 = 1$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad x = 45^\circ, 315^\circ, 135^\circ, 225^\circ \text{ นำมาบวกกันได้ } 720 \text{ องศา}$$

## 19. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\sin A = \frac{3}{5}, \quad \cos A = \frac{4}{5}, \quad \cos B = \frac{5}{13}, \quad \sin B = \frac{12}{13}$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A = \frac{15}{65} + \frac{48}{65} = \frac{63}{65}$$

## 20. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } \sin 45 &= \cos 45 \text{ ดังนั้น } \sin 45 \left( \frac{\sin^3 15 + \cos^3 15}{\sin 60} \right) \\ &= \sin 45 (\sin 15 + \cos 15) \left( \frac{\sin^2 15 - \sin 15 \cos 15 + \cos^2 15}{\sin 60} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} (1 - \sin 15 \cos 15) = 1 - \frac{1}{2} \sin 30 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75 \end{aligned}$$

## 21. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \sin 2A &= \frac{4\sqrt{2}}{9} \\ 2\sin A \cdot \cos A &= \frac{4\sqrt{2}}{9} \\ \text{จาก } \sin^2 A + \cos^2 A &= 1 \text{ จับบวกกันได้} \\ \sin^2 A + 2\sin A \cos A + \cos^2 A &= 1 + \frac{4\sqrt{2}}{9} \\ \sin A + \cos A &= \sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{8}+1)^2}{9}} = \frac{\sqrt{8}+1}{3} = \frac{2\sqrt{2}+1}{3} = \frac{2(1.414)+1}{3} = 1.276 \end{aligned}$$

## 22. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\begin{aligned} a &= 7m + 3 = 10, 17, 24, \dots \text{เมื่อ } m = 1, 2, 3, \dots \\ a^2 - 2a &= 10^2 - 2(10) = 80 \text{ เมื่อนำ 7หาร 80 ได้ 11 เศษ 3} \end{aligned}$$

## 23. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\begin{aligned} S &= \{ n / n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกโดยที่ } n \leq 400 \text{ และ } (n, 20) = 5 \} \\ S &= \{ 5, 15, 25, 35, 45, \dots, 395 \} \\ 395 &= 5 + (n-1)10 \text{ แก้สมการได้ } n = 40 \end{aligned}$$

## 24. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned} A &= \{ x / x^2 + x + 4 \leq 0 \}, A = \{ \} \\ B &= \{ x / x^2 - 3x + 2 \leq 0 \}, B = [1, 2] \\ C &= \{ x / x^2 + 11x + 28 > 0 \}, C = (-\infty, -7) \cup (-4, \infty) \\ (B-A) \cap C &= B \cap C = [1, 2] \end{aligned}$$

## 25. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$3x^2 - 5x - 7 \leq 2x^2 - 2x + 11 < x^2 - 4x + 19$$

$$3x^2 - 5x - 7 \leq 2x^2 - 2x + 11 \text{ และ } 2x^2 - 2x + 11 < x^2 - 4x + 19$$

$$x^2 - 3x - 18 \leq 0 \text{ และ } x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$[-3, 6] \text{ และ } (-4, 2) = [-3, 2] \text{ ได้แก่เลข } -3, -2, -1, 0, 1 \text{ จับบวกกันได้ } -5$$

## 26. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ให้ x คือสอบผ่านทั้งสามวิชา จากสูตร  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$   
แทนค่าได้

$$900 - 60 = (900 - 410) + (900 - 430) + (900 - 460) - 250 - 300 - 250 + x$$

$$\text{แก้สมการได้ } x = 240$$

## 27. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$n(M \cup E) = n(M) + n(E) - n(M \cap E) \text{ ให้ } x = n(M \cap E) = n(M \cup E)^c$$

$$60 - x = n(M) + n(E) - x$$

$$n(M) + n(E) = 60 \text{ แสดงว่า } x = 0$$

$$3n(E) = 60 \text{ ดังนั้น } n(E) = 20 \text{ และ } n(M) = 40$$

## 28. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

นิเสธของ “ ถ้า a = 0 และ b = 0 แล้ว ab ≠ 0 ”

ให้ p แทน a = 0 , q แทน b = 0 , r แทน ab ≠ 0 “

$$\sim[(p \wedge q) \rightarrow r] = \sim[\sim(p \wedge q) \vee r] = (p \wedge q) \wedge \sim r = “ a = 0 \text{ และ } b = 0 \text{ และ } ab = 0 “$$

## 29. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\sin 3A = -1 \text{ ดังนั้น } 3A = 270, 630, 990, 1350, \dots$$

$$A = 90, 210, 330, 450 \text{ เงื่อนไขไม่เกิน } \frac{11\pi}{6} \text{ หรือ } 330$$

$$\cos 90, \cos 210, \cos 330 = 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ตรงกับข้อ 1

## 30. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ยูคลิด

$$216 = bq_1 + 106$$

$$b = 106q_2 + 4$$

$$106 = 4(26) + 2$$

$$4 = 2(2) + 0 \text{ ดังนั้น ห.ร.ม.} = 2 = a$$

นอกจากนี้ยังได้  $bq_1 = 110$  ดังนั้น  $b = 110$  ส่วน  $q_1 = 1$  เพราะถ้า  $q_1 = 2$  จะทำให้  $b = 55 < 106$  เป็นไปไม่ได้

ดังนั้น  $q_1 = 1$  ได้อย่างเดียวและ  $b = 110$  จะได้  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 110x - 36$  ได้  $f(2) = 200$

## 31. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{x+2}{x(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-1}$$

$$\frac{x+2}{x(x+1)(x-1)} = \frac{A(x+1)(x-1) + B(x)(x-1) + C(x)(x+1)}{x(x+1)(x-1)}$$

$$x+2 = A(x+1)(x-1) + B(x)(x-1) + C(x)(x+1)$$

ให้  $x = 0$  : ได้  $A(-1) = 2$  ได้  $A = -2$  , ให้  $x = 1$  ได้  $C(1)(2) = 3$  ได้  $C = 1.5$  , ให้  $x = -1$  ได้  $B(-1)(-2) = 1$  ได้  $B = 0.5$

$$A+B-C = -2+0.5-1.5 = -3$$

## 32. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{y^3 + 4y^2 - 9}{y+3} = 3$$

$$y^3 + 4y^2 - 3y - 18 = 0$$

แก้สมการได้ 2, -3 ดังนั้น  $f(2) = 9$  ,  $f(-3) = -16$  เนื่องจาก  $y$  เป็น -3 ไม่ได้ จึงตอบข้อ 2

## 33. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$a^2 - bc - 8a + 7 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$b^2 + c^2 + bc - 6a + 6 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$a^2 - 8a + 7 = bc$$

แทนค่า  $-3bc$  ในสมการ 2

$$b^2 + c^2 + bc - 3bc + 3(a^2 - 8a + 7) - 6a + 6 = 0$$

$$(b-c)^2 + 3(a-1)(a-9) = 0$$

แสดงว่า  $(a-1)(a-9)$  น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0

$$1 \leq a \leq 9$$



## 34. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ และ } g(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$D_f = (-1,1) \text{ , } R_f = (1, \alpha)$$

$$D_g = [-2,2] \text{ , } R_g = [0, 2]$$

$$R_f \cap D_g = (1, \alpha) \cap [-2,2] = (1, 2] \text{ นำไปแทน ค่า } y \text{ เพื่อหา } x \text{ ได้ } \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

## 35. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ช่วงคะแนน	ความถี่	Cf
11-20	10	10
21-30	4	14
31-40	6	20
41-50	30	50
51-60	10	60
	รวม = 60	

$$\text{Med} = 40.5 + 10 \left( \frac{30 - 20}{50 - 20} \right) = 43.83$$

## 36. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$9x^2 - 16y^2 - 90x + 64y + 17 = 0$$

$$\frac{(x-5)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

เป็นไฮเพอร์โบล่าแกนตามขวางขนานแกน x

1. (h,k) = (5,2)

2. c = 5 , โฟกัส (5 ± 5, 2) = (10,2) , (0,2) ถูกต้อง

3. เส้นกำกับ y - 2 = ±  $\frac{3}{4}$ (x - 5)

4. ความยาวแกนสังยุค = 2b = 2(3) = 6

## 37. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$x^2 + 2y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$$

เป็นกราฟแกนเอกขนานแกน x

1. (h,k) =  $\left(\frac{2}{2}, \frac{-8}{2(2)}\right) = (1, -2)$

$$2. a = \sqrt{\frac{1(1)^2 + 2(-2)^2 - (-2)}{1}} = \sqrt{11}$$

$$b = \sqrt{\frac{1(1)^2 + 2(-2)^2 - (-2)}{2}} = \sqrt{\frac{11}{2}}$$

$$c = \sqrt{\sqrt{11}^2 - \left(\sqrt{\frac{11}{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{11}{2}}$$

$$\text{จุดโฟกัส } \left(1 \pm \sqrt{\frac{11}{2}}, -2\right)$$

$$3. \text{พื้นที่วงรี} = \pi ab = \pi \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{11}{2}} = \frac{11\pi}{\sqrt{2}} \text{ ข้อนี้ถูก}$$

$$4. \text{จุดปลายแกนเอก } (1 \pm \sqrt{11}, -2)$$

## 38. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน} = \frac{|D-2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4$$

$$D-2 = \pm 4 (5), D = 20+2, 20-2 = 22, 18$$

จะได้  $3x+4y+22=0$ ,  $3x+4y-18=0$  นำ 3 คูณได้  $9x+12y+66=0$ ,  $9x+12y-54=0$ , ตรงกับข้อ 1

## 39. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

เงินเดือน (บาท)	จำนวน พนักงาน	d	f.d
6500-6999	10	-2	-20
7000-7499	15	-1	-15
7500-7999	20	0	0
8000-8499	15	1	15
8500-8999	10	2	20
9000-9499	3	3	9
9500-9999	2	4	8
			รวมได้ = 17

$$\text{Mean} = 7749.5 + 500\left(\frac{17}{75}\right) = 7862.83$$

## 40. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ก. } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 0, (h,k) = (2,1), r = \sqrt{2^2 + 1^2 - 5} = 0 \text{ เป็นจุด}$$

$$\text{ข. } 16x^2 + 9y^2 - 32x - 36y + 52 = 0, (h,k) = \left(\frac{32}{32}, \frac{36}{18}\right) = (1,2), 16(1)^2 + 9(2)^2 - 52 = 0 \text{ เป็นจุด}$$

$$\text{ค. } 16x^2 - 9y^2 - 32x - 36y - 20 = 0, (h,k) = \left(\frac{32}{32}, \frac{36}{-18}\right) = (1,-2), 16(1)^2 - 9(-2)^2 - (-20) = 0 \text{ เป็นเส้นตรงสองเส้น}$$

## 41. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$20 = a_1 + 6d \dots\dots\dots(1)$$

$$S_7 = \frac{7}{2}(2a_1 + 6d)$$

$$77 = \frac{7}{2}(2a_1 + 6d) \dots\dots\dots(2)$$

แก้สมการได้  $a_1 = 2, d = 3$

## 42. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$a_8 = a_1 r^{n-1}$$

$$128 = 1(r)^7 \dots\dots\dots(1) \text{ ได้ } r = 2$$

$$a_4 = 1(2)^3 = 8 \dots\dots\dots(2)$$

## 43. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{x+3}{x-1} = \frac{2x}{x+3}, x = -1, 9 \text{ ลำดับจึงเป็น } -2, 2, -2 \dots\dots \text{กับ } 8, 12, 18 \dots\dots$$

$$a_4 = 8\left(\frac{3}{2}\right)^{4-1} = 27$$

## 44. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

กำหนดให้ด้านกว้าง 2 ด้านยาวด้านละ  $x$  และด้านยาวขนานแม่น้ำยาว  $y$  ผู้สมการได้

$$1200(2x+y) = 240,000 \text{ ย้ายข้างได้ } 2x+y = 200 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{พื้นที่ } A = xy \dots\dots\dots(2)$$

$$A = x(200-2x) = 200x - 2x^2$$

$$A = -2x^2 + 200x, h = \frac{-200}{2(-2)} = 50 \text{ เมตร ดังนั้น } k = -2(50)^2 + 200(50) = 5000 \text{ ตารางเมตร}$$

## 45. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

1.  $\sin 150 > 120$  ,  $\sin 30 > \sin 60$  ผิด
2. คอแตรนที่ 1 ,  $\cos$  เป็นฟังก์ชันลด มุมมากค่าน้อย ข้อ 2 ผิด
3.  $\sec 240 > \sec 225$   
 $-\sec 60 > -\sec 45$   
 $-2 > -1.414$  ผิด
4.  $\cot 120 > \cot 135$   
 $-\cot 60 > -\cot 45$   
 $-0.577 > -1$  ถูก

## 46. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\frac{7b+6}{a} = m$$

$$7b + 6 = ma \dots \dots \dots (1)$$

$$5b - 7 = na \dots \dots \dots (2)$$

$$35b + 30 = 5ma \dots \dots \dots (3)$$

$$35b - 49 = 7na \dots \dots \dots (4)$$

$$(3) - (4) \text{ ได้ } 79 = (5m-7n) a$$

$$79 \times 1 = (5m-7n)a \text{ ดังนั้น } a = 79$$

จาก choice คือข้อ 4 ที่  $a = 79$  สามารถหารได้ลงตัว

## 47. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$f(3) = a \sin 3 + 3b \cos 3 = 4$$

$$a \sin^* - 3b \cos^* = 4 \dots \dots \dots (1)$$

$$a \sin(-3) - 3b \cos(-3) = f(-3)$$

$$-a \sin^* + 3b \cos^* = f(-3) \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{นำ } (1) + (2) \text{ ได้ } 0 = 4 + f(-3) \text{ ดังนั้น } f(-3) = -4$$

## 48. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

ก.  $(n^5 - n) = 0, 30, 240, 1020, \dots$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  ลงท้ายด้วย 0 แสดงว่า 5 หารลงตัว

ข.  $(n^7 - n) = 0, 126(7 \times 18), 2184(7 \times 312), 16380(7 \times 2340), \dots$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  มี 7 เป็นตัวประกอบทุกพจน์

ค.  $(n^{11} - n) = n(n^{10} - 1) = 0, 2046(11 \times 186), 177144(11 \times 16104), 4194300, \dots$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  มี 11

เป็นตัวประกอบทุกพจน์

## 49. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

## 50. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$700m + C = 150(700)$$

$$700m + C = 105,000 \dots \dots \dots (1)$$

$$(1050m + C)(0.9) = 120(1050)$$

$$1050m + C = 140,000 \dots \dots \dots (2)$$

แก้สมการได้  $m = 100$  ,  $C = 35,000$

## 51. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + z = 0 \text{ มีคำตอบ } n \text{ ตัว มีผลรวมรากคำตอบ} = -\frac{b}{a} \text{ และ มีผลคูณของราก} = \frac{z}{a}(-1)^n$$

มีข้อ 2 ที่ผลรวมทุกค่าได้  $\frac{16}{5}$  ส่วนข้ออื่นๆไม่ตรงกับเงื่อนไขตามสูตร

## 52. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ความยาวของด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละด้าน =  $x$

$$\text{ความยาวของเส้นรอบวงกลม} = L - 4x \text{ รัศมีของวงกลม} = \frac{L - 4x}{2\pi}$$

$$\text{สมการ } x^2 = \pi \left( \frac{L - 4x}{2\pi} \right)^2$$

$$\text{จัดรูปสมการได้ } x = \frac{L}{(4 + 2\sqrt{\pi})} \text{ , ความยาวเส้นรอบวงของวงกลม} = L - 4 \frac{L}{(4 + 2\sqrt{\pi})} = \frac{L}{1 + \sqrt{\frac{4}{\pi}}}$$

## 53. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

จาก  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$  จะได้

$$f(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

ให้  $c$  เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน จะได้ว่า  $f'(c) = 0$

$$6c^2 + 6c - 12 = 0$$

$$(c+2)(c-1) = 0 \text{ ดังนั้น } c = -2, 1$$

ดังนั้น ค่าวิกฤตมีสองค่า คือ  $c = -2$  และ  $c = 1$

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 12(-2) - 7 = 13$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) - 7 = -14$$

จุดวิกฤตของฟังก์ชันคือ  $(-2, 13)$  และ  $(1, -14)$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

$$f''(x) = 12x + 6$$

1. ตรวจสอบจุด  $(-2, 13)$   $(-2, 13)$

$$f''(-2) = 12(-2) + 6 = -18 < 0$$

แสดงว่า  $(-2, 13)$  เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์

2. ตรวจสอบจุด  $(1, -14)$

$$f''(1) = 12(1) + 6 = 18 > 0$$

แสดงว่า  $(1, -14)$   $(1, -14)$  เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

#### 54. ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

ระบบสมการ  $y = x^2 - 2x + 3$  และ  $y = 4x + k$  มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวแล้ว

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 2 \text{ คือความชันของเส้นสัมผัส} = 4 \text{ ดังนั้น } x = 3 \text{ แทนค่าในสมการพาราโบลาได้ } y = 6$$

นำ  $(3, 6)$  ไปแทน  $y = 4x + k$  ได้  $k = -6$  อยู่ในช่วง  $-8 < k < -1$

#### 55. ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{Q}{4}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{Q}{4} \quad \text{แก้สมการได้ } Q = 0.9 \text{ งานเหลือ } 1 - 0.9 = 0.1$$

C มาทำต่อคนเดียวของงานที่เหลือ

$$\frac{0.1}{t} = \frac{1}{15} \text{ ดังนั้น } C \text{ ทำต่อเสร็จใน } 1.5 \text{ วัน รวมแล้วใช้เวลา } 4 + 1.5 = 5.5 \text{ วัน}$$

วิชาวิทยาศาสตร์ (55 ข้อ 220 คะแนน)

#### 56. ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$m = \frac{v - f}{f} = \frac{f}{o - f}$$

$$-3 = \frac{v - 15}{15} \text{ แก้สมการได้ ระยะภาพ } -30 \text{ cm หมายถึง ระยะ } 30 \text{ cm หน้าเลนส์}$$

$$-3 = \frac{15}{O - 15} \text{ แก้สมการได้ } O = 10 \text{ cm หน้าเลนส์ ดังนั้นตำแหน่งภาพอยู่ห่างจากตำแหน่งวัตถุ } = 30 - 10 = 20 \text{ cm}$$

## 57. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ :

ให้  $g_x$  เป็นค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของดาว x ,  $g_x = \frac{G(72)M_E}{(R_x)^2}$

$$\frac{M_x}{\frac{4}{3}\pi(R_x)^3} = \frac{1}{3} \left( \frac{M_E}{\frac{4}{3}\pi(R_E)^3} \right)$$

$$\frac{72M_E}{(R_x)^3} = \frac{1}{3} \left( \frac{M_E}{(R_E)^3} \right)$$

$$R_x = (72(3))^{\frac{1}{3}} R_E = (2)(3) = 6R_E$$

$$g_x = \frac{G(72)M_E}{(R_x)^2} = \frac{G(72)M_E}{(6R_E)^2} = 2 \left( \frac{GM_E}{R_x^2} \right) = 2g$$

## 58. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ :

$$\sin Q_C = \frac{\sin Q_{small}}{\sin Q_{large}} = \frac{\sin 30}{\sin 45} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45 \quad \text{ดังนั้นมุมวิกฤต คือ } 45 \text{ องศา}$$

## 59. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ :

$$\frac{h'}{h} = \frac{n_{eye}}{n_{obj}} \cdot \frac{\cos Q_2}{\cos Q_1} \quad , \quad \text{กฎสเนล} \quad \frac{\sin Q_1}{\sin 45} = \frac{1}{4/3} \quad \text{ได้} \quad \sin Q_1 = \frac{3\sqrt{2}}{8} \quad , \quad \cos Q_1 = \frac{\sqrt{46}}{8}$$

$$\frac{h'}{1} = \frac{1}{4/3} \cdot \frac{\cos 45}{\cos Q_1}$$

$$h' = \frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{46}/8} = 0.63\text{m}$$

## 60. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

สมมุติ Voltmeter มีความต้านทาน  $R \ \Omega$  คิดผ่านโวลต์มิเตอร์

$$I = \frac{E}{R+r}$$

$$IR + Ir = E$$

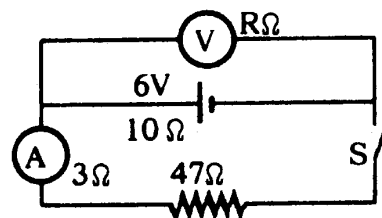
$$5 + I(10) = 6$$

$$\therefore I = 0.1 \text{ แอมแปร์}$$

คิดที่โวลต์มิเตอร์

$$V = IR$$

$$5 = 0.1 R \quad \text{ดังนั้น} \quad R = 50 \text{ โอห์ม}$$



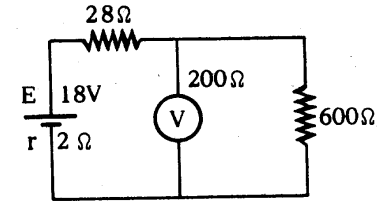
61 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ :

$$R_{รวม} \text{ ของ } 600 + 200 \ \Omega = \frac{600 \times 200}{600 + 200} = 150 \ \Omega$$

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{18}{(150 + 28) + 2} = 0.1 \text{ แอมแปร์}$$

$$V_{\text{ที่โวลต์มิเตอร์}} = I_{รวม} \cdot R_{รวม} = 0.1 \times 150 = 15 \text{ โวลต์}$$



62 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ ผลรวมโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมโมเมนตัมหลังชน

หลังชนพบว่าก้อนแรกตกไปทางแนวดิ่ง ด้วยมวล 0.5m ด้วยความเร็ว V1 ก้อนที่2 เคลื่อนที่ไปในทิศ(สมมติ) Q กับแนวราบด้วยความเร็วV2

$$\text{สมการที่1 : แนวราบ : } m(6u) = (0.5m)V2\cos Q \dots\dots\dots(1)$$

$$V2\cos Q = 12u \text{ ดังนั้นความเร็วตามแนวราบของก้อนที่2 คือ } 12u$$

63 ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ จาก  $\tan Q = \frac{v^2}{Rg}$  เมื่อ v เปลี่ยนหน่วยได้ 30m/s ถนหนยกขึ้น h ทำมุม Q กับแนวระดับ

$$\frac{h}{10} = \frac{30^2}{500(10)} \text{ , } h = 1.80\text{ เมตร}$$

64 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ที่ผิวโลก : } T1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \dots\dots\dots(1)$$

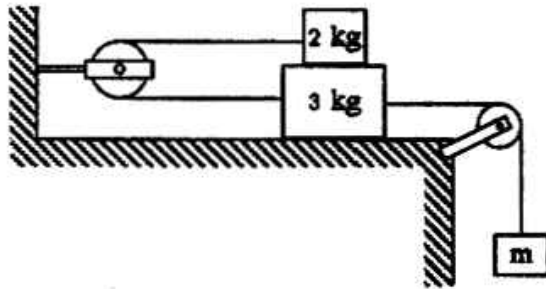
$$\text{ที่ผิวดวงจันทร์ : } T2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g/6}} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{T2}{T1} = \sqrt{6}$$

$$\frac{T2}{1} = \sqrt{6} = 2.45 \text{ ชั่วโมง}$$



65 ตอบ ข้อ 4



วิธีทำ

ให้  $T_1$  เป็นแรงดึงมวล 2kg และ  $T_2$  เป็นแรงดึงมวล  $m$   $f_1$  คือแรงเสียดทานระหว่างผิวมวล 2kg กับ 3kg และ  $f_2$  คือแรงเสียดทานระหว่างผิวพื้นกับมวล 3 kg ดังนั้น วัตถุทั้งระบบจะเคลื่อนที่ได้ก็ต่อเมื่อแรงดึง  $T_2$  เพียงพอที่จะขยับมวล 3 kg ก่อน มวล 2 kg จึงขยับได้

$$T_1 = 0.4 (20) = 8N \text{ (เป็นแรงเสียดทานสถิตย)}$$

$$T_2 = T_1 + f_2 + f_1 = 8 + 0.5(50) + 8 = 41N$$

พิจารณามวล  $m$  ,  $T_2 = mg$  ดังนั้น  $41 = 10m$  ดังนั้น  $m = 4.1 \text{ kg}$

66 ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{จาก } p \text{ ของกาดัมน้ำ} = \frac{mc\Delta T}{t}$$

$$\frac{400(1)(80 - 30)}{5(60)} = \frac{800(c)(100 - 20)}{8(60)}$$

แก้สมการได้  $c = 0.5$  แคลอรีต่อกรัมต่อองศาเซลเซียส

67 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

สมมติ  $m_1$  เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง  $a$  ส่วน  $m_2$  เคลื่อนที่ขึ้นไปตามพื้นเอียงด้วยความเร่ง  $2a$

$$\text{พิจารณา } m_2 : T - 13(10) \left(\frac{5}{13}\right) = 13(2a) \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{พิจารณา } m_1 : 39(10) - 2T = 39(a) \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{แก้สมการได้ } T = \frac{930}{7} \text{ N}$$

68 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$1. \text{ ความหนาแน่นของ A} = \frac{100g}{80cc} = 1.25g/cc \text{ , ถ.พ.} = \frac{D_{object}}{D_{water}} = \frac{1.25}{1} = 1.25 \text{ ไม่มีหน่วย ถูกต้อง}$$

$$2. \text{ ความหนาแน่นของ B} = \frac{50g}{100cc} = 0.50g/cc \text{ , ถ.พ.} = \frac{D_{object}}{D_{water}} = \frac{0.50}{1} = 0.50 \text{ ไม่มีหน่วย ถูกต้อง}$$

3. ความหนาแน่นของไม้มากกว่า B จึงจม และมีค่าน้อยกว่าของเหลว A แห่งไม้จึงลอยใน A ถูกต้อง

$$4. V_{\text{จม}} \times D_{\text{เหลว}} = D_{\text{วัตถุ}} \times V_{\text{วัตถุ}}$$

$$V_{\text{จม}} = \frac{0.8}{1.25} \times V_{\text{วัตถุ}}$$

$$V_{\text{จม}} = 0.64 V_{\text{วัตถุ}} \quad \text{ข้อนี้จึงผิด}$$

### 69 ตอบ ข้อ 3

#### วิธีทำ

กำหนดให้  $m =$  มวลของทองแดง ดังนั้นปริมาตรของทองแดง  $= \frac{m}{8}$

$$0.6 (50 \times 30 \times 10) + m = 1(50 \times 30 \times 10) + \frac{m}{8} \quad \text{แก้สมการได้ } m = 6857 \text{ กรัม}$$

$$\text{ปริมาตรของทองแดง} = \frac{6857}{8} = 857 \quad \text{ทำตัวเลขกลมๆ ใกล้เคียงที่สุด } 850$$

### 70 ตอบ ข้อ 3

#### วิธีทำ :

$$Q_{\text{ลด}} = Q_{\text{เพิ่ม}}$$

$$(200)(1)(30 - T) = (50)(80) + (50)(1)(T - 0) \quad \text{แก้สมการ } T = 8$$

### 71 ตอบ ข้อ 4

#### วิธีทำ :

$$\text{จาก } {}_{83}^{214}\text{Bi} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_{-1}^0\text{e}$$

$$\text{จะได้ } 214 = A + 0 \quad \text{ได้ } A = 214$$

$$83 = Z - 1 \quad \text{ได้ } Z = 84$$

### 72 ตอบ ข้อ 2

#### วิธีทำ

$$\text{รถยนต์ : } 2(-3)(S) = 0^2 - 30^2, \quad \text{ได้ } S = 150 \text{ m, เวลา } t = \frac{(0 - 30)}{(-3)} = 10 \text{ วินาที}$$

$$\text{ช่วงที่ 2 : } 2(1.5)(S_2) = 30^2 - 0^2 \quad \text{ได้ } S_2 = 300 \text{ m}$$

$$\text{ระยะทางรวม } 150 + 300 = 450 \text{ m ใช้เวลา } , 30 = 0 + 1.5(t), \quad t = 20 \text{ วินาที}$$

$$\text{รถไฟ : จากจุดที่รถยนต์เบรค รถไฟใช้เวลา } 10 + 2 + 20 = 32 \text{ วินาที}$$

$$\text{ระยะทางได้ } 32(30) = 960 \text{ m ดังนั้นรถยนต์อยู่ห่างรถไฟ } 960 - 450 = 510$$

### 73 ตอบ ข้อ 1

#### วิธีทำ

$$\text{ช่วงที่ 1 : ความเร็ว } 8 \text{ m/s}^2 \text{ เวลา } t = 10 \text{ วินาที} : h_1 = 0 + \frac{1}{2}(8)(10)^2 = 400 \text{ เมตร}, \quad v_1 = 0 + (8)(10) = 80 \text{ m/s}$$

ช่วงที่2: ความเร่ง  $4\text{m/s}^2$  ,  $u = v_1 = 80\text{m/s}$  ,  $t = 4$  วินาที ,  $h_2 = 80(4) + \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 352\text{m}$  ,  $v_2 = 80+4(4) = 96\text{m/s}$

ช่วงที่3 : เคลื่อนที่แบบยบเสรี :  $h_3 = \frac{u^2}{2g} = \frac{96^2}{2(10)} = 460.8$

ความสูงทั้งหมด =  $400+352+460.8 = 1212.8$

#### 74 ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$EK(\text{เลื่อนตำแหน่ง}) = \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$EK(\text{หมุน}) = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(mr^2)\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots(2)$$

พบว่า  $EK(\text{เลื่อนตำแหน่ง}) = EK(\text{หมุน})$  ดังนั้น อัตราส่วนระหว่างพลังงานจลน์ของการหมุนต่อพลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง คือ 1:1

#### 75 ตอบ ข้อ 1

##### วิธีทำ

$$\sum F_x = 75 \cos 45 - 50 \cos 30 = 9.7$$

$$\sum F_y = 75 \sin 45 + 50 \sin 30 - 50 = 28$$

$$F_{\text{resultant}} = \sqrt{9.7^2 + 28^2} = 29.7\text{N}$$

#### 76 ตอบ ข้อ 2

##### วิธีทำ

$$\text{จาก } y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

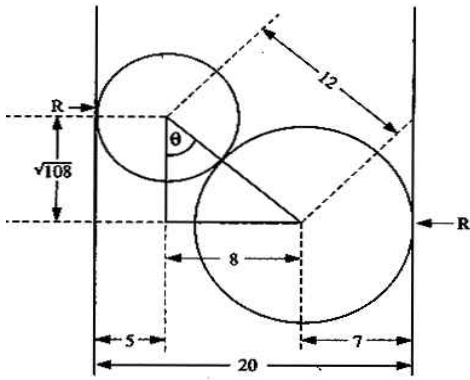
$$\frac{y_{\text{mental}}}{y_{\text{copper}}} = \frac{\Delta L_{\text{copper}}}{\Delta L_{\text{mental}}}$$

$$y_{\text{copper}} = \frac{\Delta L_{\text{mental}}}{\Delta L_{\text{copper}}}$$

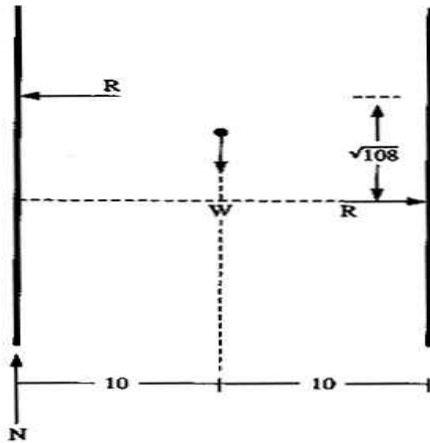
$$y_{\text{mental}} = \frac{1.75}{1.43}(1.1 \times 10^{11}) = 1.35 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

#### 77 ตอบ ข้อ 3

##### วิธีทำ



จากรูปขนาด  $R = 150 \tan Q = 150 \left( \frac{8}{\sqrt{108}} \right)$



จากรูปแรงที่กระทำต่อท่อ

ใช้ขอบท่อซ้ายเป็นจุดหมุน

$$W(10) = R(\sqrt{108})$$

$$10W = 150 \left( \frac{8}{\sqrt{108}} \right) \sqrt{108}$$

$$W = 120 \text{ N}$$

78 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

วัตถุเคลื่อนที่ใต้ 5 เมตรตามแนวตั้ง :  $2(-10)(-5) = v^2 - 0$  แก้สมการได้  $v = -10 \text{ m/s}$

วัตถุเคลื่อนที่ขึ้น 4.05 เมตรตามแนวตั้ง :  $2(-10)(4.05) = (0)^2 - u^2$  แก้สมการได้  $u = 9 \text{ m/s}$

การดล =  $mv_{\text{หลัง}} - mv_{\text{ก่อน}} = 0.5(9 - (-10)) = 9.5$  กิโลกรัม.เมตร/วินาที

หรือกรณีปล่อยวัตถุลงอย่างเสรีโดยไม่มีแรงต้านอากาศแล้ววัตถุกระเด็นขึ้นการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ณ จุดชนกับพื้น

$$\Delta P = m(\sqrt{2gh_1} + \sqrt{2gh_2}) = 0.5(\sqrt{2(10)(5)} + \sqrt{2(10)(4.05)}) = 0.5(10+9) = 9.5$$

79 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ก. ความเร็วก่อนกระทบพื้น  $v_1 = \sqrt{2(10)(1.25)} = 5 \text{ m/s}$  , ความเร็วหลังกระทบพื้น  $v_2 = \sqrt{2(10)(0.45)} = 3 \text{ m/s}$

การดลของการต่งกระทบผนังหรือพื้น =  $2(5+3) = 16 \text{ N}$  (ผิด)

ข. แรงเฉลี่ย =  $\frac{16}{0.1} = 160 \text{ N}$  (ถูก)

ค. พลังงานจลน์ก่อนชน =  $\frac{1}{2}(2)(5)^2 = 25 \text{ J}$  ,

พลังงานจลน์หลังชน =  $\frac{1}{2}(2)(3)^2 = 9 \text{ J}$  พลังงานหายไป  $25-9 = 16 \text{ J}$  (ถูก)

80. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\frac{1}{2}(2)(2)^2 = \frac{1}{2}K(0.1)^2 + 10(0.1)$$

แก้สมการได้  $K = 600\text{N}$

81. ตอบ ข้อ 4

82. ตอบ ข้อ 4

83. ตอบ ข้อ 1

84. ตอบ ข้อ 4

85. ตอบ ข้อ 1

86. ตอบ ข้อ 4

87. ตอบ ข้อ 4

88. ตอบ ข้อ 4

89. ตอบ ข้อ 2

90. ตอบ ข้อ 1

91. ตอบ ข้อ 4

92. ตอบ ข้อ 3

93. ตอบ ข้อ 3

94. ตอบ ข้อ 3

95. ตอบ ข้อ 2

96. ตอบ ข้อ 4

97. ตอบ ข้อ 4

98. ตอบ ข้อ 2

99. ตอบ ข้อ 1

100. ตอบ ข้อ 3

101. ตอบ ข้อ 3

102. ตอบ ข้อ 2

103. ตอบ ข้อ 1

104. ตอบ ข้อ 3

105. ตอบ ข้อ 2

106. ตอบ ข้อ 4

107. ตอบ ข้อ 4

108. ตอบ ข้อ 1

109. ตอบ ข้อ 3

110. ตอบ ข้อ 3

วิชาภาษาอังกฤษ ( 50 ข้อ 150 คะแนน)

1. ตอบ ข้อ 4
2. ตอบ ข้อ 3
3. ตอบ ข้อ 2
4. ตอบ ข้อ 2
5. ตอบ ข้อ 3
6. ตอบ ข้อ 1
7. ตอบ ข้อ 3
8. ตอบ ข้อ 2
9. ตอบ ข้อ 1
10. ตอบ ข้อ 3
11. ตอบ ข้อ 1
12. ตอบ ข้อ 3
13. ตอบ ข้อ 1
14. ตอบ ข้อ 2
15. ตอบ ข้อ 1
16. ตอบ ข้อ 2
17. ตอบ ข้อ 4
18. ตอบ ข้อ 1
19. ตอบ ข้อ 3
20. ตอบ ข้อ 1
21. ตอบ ข้อ 2
22. ตอบ ข้อ 4
23. ตอบ ข้อ 2
24. ตอบ ข้อ 1
25. ตอบ ข้อ 2
26. ตอบ ข้อ 4
27. ตอบ ข้อ 4
28. ตอบ ข้อ 3
29. ตอบ ข้อ 3
30. ตอบ ข้อ 2
31. ตอบ ข้อ 2
32. ตอบ ข้อ 4
33. ตอบ ข้อ 3
34. ตอบ ข้อ 3
35. ตอบ ข้อ 3
36. ตอบ ข้อ 4

37. ตอบ ข้อ 3
38. ตอบ ข้อ 2
39. ตอบ ข้อ 1
40. ตอบ ข้อ 1
41. ตอบ ข้อ 1
42. ตอบ ข้อ 3
43. ตอบ ข้อ 2
44. ตอบ ข้อ 3
45. ตอบ ข้อ 2
46. ตอบ ข้อ 4
47. ตอบ ข้อ 2
48. ตอบ ข้อ 4
49. ตอบ ข้อ 2
50. ตอบ ข้อ 1

## ภาษาไทย ( 30 ข้อ 60 คะแนน)

51. ตอบ ข้อ 3
52. ตอบ ข้อ 2
53. ตอบ ข้อ 4
54. ตอบ ข้อ 2
55. ตอบ ข้อ 1
56. ตอบ ข้อ 2
57. ตอบ ข้อ 2
58. ตอบ ข้อ 2
59. ตอบ ข้อ 4
60. ตอบ ข้อ 2
61. ตอบ ข้อ 3
62. ตอบ ข้อ 3
63. ตอบ ข้อ 4
64. ตอบ ข้อ 2
65. ตอบ ข้อ 2
66. ตอบ ข้อ 2
67. ตอบ ข้อ 3
68. ตอบ ข้อ 3
69. ตอบ ข้อ 4
70. ตอบ ข้อ 4
71. ตอบ ข้อ 4

72. ตอบ ข้อ 3
73. ตอบ ข้อ 2
74. ตอบ ข้อ 1
75. ตอบ ข้อ 3
76. ตอบ ข้อ 2
77. ตอบ ข้อ 4
78. ตอบ ข้อ 2
79. ตอบ ข้อ 3
80. ตอบ ข้อ 3

## วิชาสังคมศึกษา ( 25 ข้อ 50 คะแนน)

81. ตอบ ข้อ 2
82. ตอบ ข้อ 2
83. ตอบ ข้อ 1
84. ตอบ ข้อ 4
85. ตอบ ข้อ 4
86. ตอบ ข้อ 2
87. ตอบ ข้อ 3
88. ตอบ ข้อ 2
89. ตอบ ข้อ 3
90. ตอบ ข้อ 2
91. ตอบ ข้อ 4
92. ตอบ ข้อ 1
93. ตอบ ข้อ 2
94. ตอบ ข้อ 4
95. ตอบ ข้อ 4
96. ตอบ ข้อ 4
97. ตอบ ข้อ 2
98. ตอบ ข้อ 4
99. ตอบ ข้อ 3
100. ตอบ ข้อ 1
101. ตอบ ข้อ 4
102. ตอบ ข้อ 3
103. ตอบ ข้อ 1
104. ตอบ ข้อ 2
105. ตอบ ข้อ 3



**สำหรับชุดที่ 2**

1. ตอบ ข้อ

2. ตอบ ข้อ

3. ตอบ ข้อ

4. ตอบ ข้อ

5. ตอบ ข้อ

6. ตอบ ข้อ

7. ตอบ ข้อ

8. ตอบ ข้อ

9. ตอบ ข้อ

10. ตอบ ข้อ

11. ตอบ ข้อ

12. ตอบ ข้อ

13. ตอบ ข้อ

14. ตอบ ข้อ

15. ตอบ ข้อ

16. ตอบ ข้อ

17. ตอบ ข้อ

18. ตอบ ข้อ

19. ตอบ ข้อ

20. ตอบ ข้อ

21. ตอบ ข้อ

22. ตอบ ข้อ

23. ตอบ ข้อ

24. ตอบ ข้อ

25. ตอบ ข้อ

26. ตอบ ข้อ

27. ตอบ ข้อ

28. ตอบ ข้อ

29. ตอบ ข้อ

30. ตอบ ข้อ

31. ตอบ ข้อ

32. ตอบ ข้อ

33. ตอบ ข้อ

34. ตอบ ข้อ

35. ตอบ ข้อ

36. ตอบ ข้อ

37. ตอบ ข้อ

38. ตอบ ข้อ

39. ตอบ ข้อ

40. ตอบ ข้อ

41. ตอบ ข้อ

42. ตอบ ข้อ

43. ตอบ ข้อ

44. ตอบ ข้อ

45. ตอบ ข้อ

46. ตอบ ข้อ

47. ตอบ ข้อ

48. ตอบ ข้อ

49. ตอบ ข้อ

50. ตอบ ข้อ

51. ตอบ ข้อ

52. ตอบ ข้อ

53. ตอบ ข้อ

54. ตอบ ข้อ

55. ตอบ ข้อ

56. ตอบ ข้อ

57. ตอบ ข้อ

58. ตอบ ข้อ

59. ตอบ ข้อ

60. ตอบ ข้อ

61. ตอบ ข้อ

62. ตอบ ข้อ

63. ตอบ ข้อ

64. ตอบ ข้อ

65. ตอบ ข้อ

66. ตอบ ข้อ

67. ตอบ ข้อ

68. ตอบ ข้อ

69. ตอบ ข้อ
70. ตอบ ข้อ
71. ตอบ ข้อ
72. ตอบ ข้อ
73. ตอบ ข้อ
74. ตอบ ข้อ
75. ตอบ ข้อ
76. ตอบ ข้อ
77. ตอบ ข้อ
78. ตอบ ข้อ
79. ตอบ ข้อ
80. ตอบ ข้อ
81. ตอบ ข้อ
82. ตอบ ข้อ
83. ตอบ ข้อ
84. ตอบ ข้อ
85. ตอบ ข้อ
86. ตอบ ข้อ
87. ตอบ ข้อ
88. ตอบ ข้อ
89. ตอบ ข้อ
90. ตอบ ข้อ
91. ตอบ ข้อ
92. ตอบ ข้อ
93. ตอบ ข้อ
94. ตอบ ข้อ
95. ตอบ ข้อ
96. ตอบ ข้อ
97. ตอบ ข้อ
98. ตอบ ข้อ 2
99. ตอบ ข้อ 3
100. ตอบ ข้อ 1
101. ตอบ ข้อ 3
102. ตอบ ข้อ 2
103. ตอบ ข้อ 4
104. ตอบ ข้อ 2
105. ตอบ ข้อ 1
106. ตอบ ข้อ 3

- 107.    **ตอบ ข้อ 3**
- 108.    **ตอบ ข้อ 4**
- 109.    **ตอบ ข้อ 4**
- 110.    **ตอบ ข้อ 1**

**79.    ตอบ ข้อ**

**80.    ตอบ ข้อ**

**81.    ตอบ ข้อ**

**82.    ตอบ ข้อ**

**83.    ตอบ ข้อ**

**84.    ตอบ ข้อ**

**85.    ตอบ ข้อ**

**86.    ตอบ ข้อ**

**87.    ตอบ ข้อ**

**88.    ตอบ ข้อ**

**89.    ตอบ ข้อ**

**90.    ตอบ ข้อ**

**91.    ตอบ ข้อ**

**92.    ตอบ ข้อ**

93. ตอบ ข้อ

94. ตอบ ข้อ

95. ตอบ ข้อ

96. ตอบ ข้อ

97. ตอบ ข้อ

98. ตอบ ข้อ

99. ตอบ ข้อ

100. ตอบ ข้อ

101. ตอบ ข้อ

102. ตอบ ข้อ

103. ตอบ ข้อ

104. ตอบ ข้อ

105. ตอบ ข้อ

106. ตอบ ข้อ

107. ตอบ ข้อ

108. ตอบ ข้อ

109. ตอบ ข้อ

110. ตอบ ข้อ

111. ตอบ ข้อ

112. ตอบ ข้อ

113. ตอบ ข้อ

114. ตอบ ข้อ

115. ตอบ ข้อ

116. ตอบ ข้อ

117. ตอบ ข้อ

118. ตอบ ข้อ

119. ตอบ ข้อ

120. ตอบ ข้อ

121. ตอบ ข้อ

122. ตอบ ข้อ

123. ตอบ ข้อ

124. ตอบ ข้อ

125. ตอบ ข้อ

126. ตอบ ข้อ

127. ตอบ ข้อ

128. ตอบ ข้อ

129. ตอบ ข้อ

130. ตอบ ข้อ

131. ตอบ ข้อ

132. ตอบ ข้อ

133. ตอบ ข้อ

134. ตอบ ข้อ

135. ตอบ ข้อ

136. ตอบ ข้อ

137. ตอบ ข้อ

138. ตอบ ข้อ

139. ตอบ ข้อ

140. ตอบ ข้อ

141. ตอบ ข้อ

142. ตอบ ข้อ

143. ตอบ ข้อ

144. ตอบ ข้อ

145. ตอบ ข้อ

146. ตอบ ข้อ

147. ตอบ ข้อ

148. ตอบ ข้อ

149. ตอบ ข้อ

150. ตอบ ข้อ

141. ตอบ ข้อ

142. ตอบ ข้อ

143. ตอบ ข้อ

144. ตอบ ข้อ

145. ตอบ ข้อ

146. ตอบ ข้อ

147. ตอบ ข้อ

148. ตอบ ข้อ

149. ตอบ ข้อ

150. ตอบ ข้อ

151. ตอบ ข้อ

152. ตอบ ข้อ

153. ตอบ ข้อ

154. ตอบ ข้อ

155. ตอบ ข้อ

156. ตอบ ข้อ

157. ตอบ ข้อ

158. ตอบ ข้อ



159. ตอบ ข้อ

160. ตอบ ข้อ

161. ตอบ ข้อ

162. ตอบ ข้อ

163. ตอบ ข้อ

164. ตอบ ข้อ

165. ตอบ ข้อ

166. ตอบ ข้อ

167. ตอบ ข้อ

168. ตอบ ข้อ

169. ตอบ ข้อ

170. ตอบ ข้อ

171. ตอบ ข้อ

172. ตอบ ข้อ

173. ตอบ ข้อ

174. ตอบ ข้อ

175. ตอบ ข้อ

176. ตอบ ข้อ

177. ตอบ ข้อ

178. ตอบ ข้อ

179. ตอบ ข้อ

180. ตอบ ข้อ

181. ตอบ ข้อ

182. ตอบ ข้อ

183. ตอบ ข้อ

184. ตอบ ข้อ

185. ตอบ ข้อ

186. ตอบ ข้อ

187. ตอบ ข้อ

188. ตอบ ข้อ

189. ตอบ ข้อ

190. ตอบ ข้อ

191. ตอบ ข้อ

192. ตอบ ข้อ

193. ตอบ ข้อ

194. ตอบ ข้อ

195. ตอบ ข้อ

196. ตอบ ข้อ

197. ตอบ ข้อ

198. ตอบ ข้อ

199. ตอบ ข้อ

200. ตอบ ข้อ

วิชาภาษาอังกฤษ ( 50 ข้อ 150 คะแนน)

1. ตอบ ข้อ

2. ตอบ ข้อ

3. ตอบ ข้อ

4. ตอบ ข้อ

5. ตอบ ข้อ

6. ตอบ ข้อ

7. ตอบ ข้อ

8. ตอบ ข้อ

9. ตอบ ข้อ

10. ตอบ ข้อ

- 11. ตอบ ข้อ
- 12. ตอบ ข้อ
- 13. ตอบ ข้อ
- 14. ตอบ ข้อ
- 15. ตอบ ข้อ
- 16. ตอบ ข้อ
- 17. ตอบ ข้อ
- 18. ตอบ ข้อ
- 19. ตอบ ข้อ
- 20. ตอบ ข้อ
- 21. ตอบ ข้อ
- 22. ตอบ ข้อ
- 23. ตอบ ข้อ
- 24. ตอบ ข้อ
- 25. ตอบ ข้อ
- 26. ตอบ ข้อ
- 27. ตอบ ข้อ
- 28. ตอบ ข้อ
- 29. ตอบ ข้อ
- 30. ตอบ ข้อ
- 31. ตอบ ข้อ
- 32. ตอบ ข้อ
- 33. ตอบ ข้อ
- 34. ตอบ ข้อ
- 35. ตอบ ข้อ
- 36. ตอบ ข้อ
- 37. ตอบ ข้อ
- 38. ตอบ ข้อ
- 39. ตอบ ข้อ
- 40. ตอบ ข้อ
- 41. ตอบ ข้อ
- 42. ตอบ ข้อ
- 43. ตอบ ข้อ
- 44. ตอบ ข้อ
- 45. ตอบ ข้อ
- 46. ตอบ ข้อ
- 47. ตอบ ข้อ
- 48. ตอบ ข้อ

- 49. ตอบ ข้อ
- 50. ตอบ ข้อ
- 51. ตอบ ข้อ
- 52. ตอบ ข้อ
- 53. ตอบ ข้อ
- 54. ตอบ ข้อ
- 55. ตอบ ข้อ
- 56. ตอบ ข้อ
- 57. ตอบ ข้อ
- 58. ตอบ ข้อ
- 59. ตอบ ข้อ
- 60. ตอบ ข้อ

- 61. ตอบ ข้อ
- 62. ตอบ ข้อ
- 63. ตอบ ข้อ
- 64. ตอบ ข้อ
- 65. ตอบ ข้อ
- 66. ตอบ ข้อ
- 67. ตอบ ข้อ
- 68. ตอบ ข้อ
- 69. ตอบ ข้อ
- 70. ตอบ ข้อ
- 71. ตอบ ข้อ
- 72. ตอบ ข้อ
- 73. ตอบ ข้อ
- 74. ตอบ ข้อ
- 75. ตอบ ข้อ
- 76. ตอบ ข้อ
- 77. ตอบ ข้อ
- 78. ตอบ ข้อ
- 79. ตอบ ข้อ
- 80. ตอบ ข้อ

- 81. ตอบ ข้อ
- 82. ตอบ ข้อ
- 83. ตอบ ข้อ
- 84. ตอบ ข้อ

- 85. ตอบ ข้อ
- 86. ตอบ ข้อ
- 87. ตอบ ข้อ
- 88. ตอบ ข้อ
- 89. ตอบ ข้อ
- 90. ตอบ ข้อ

- 91. ตอบ ข้อ
- 92. ตอบ ข้อ
- 93. ตอบ ข้อ
- 94. ตอบ ข้อ
- 95. ตอบ ข้อ
- 96. ตอบ ข้อ
- 97. ตอบ ข้อ
- 98. ตอบ ข้อ
- 99. ตอบ ข้อ
- 100. ตอบ ข้อ
- 101. ตอบ ข้อ
- 102. ตอบ ข้อ
- 103. ตอบ ข้อ
- 104. ตอบ ข้อ
- 105. ตอบ ข้อ