



เฉลยปัญหาสอบชุดที่ 1

โครงการรางวัลคุณภาพความเป็นเลิศทางวิชาการ ครั้งที่ 3

วันที่ 9 ธันวาคม 2560 เวลา 0900-1300 (4 ชม.)

จัดสอบโดยโรงเรียนกวดวิชาธนวรรณ

วิชาคณิตศาสตร์ (55 ข้อ)

1. ตอบ ไม่มีข้อถูก (ฟรี)

$4c = 80$ ดังนั้น $c = 20$ เป็น พาราโบลาว่า ให้พื้นเป็นแกนอ้างอิง x และแนวผ่านจุดวกกลับเป็นแกน y
ดังนั้นจุดวกกลับคือ $(0,20)$

สมการคือ $x^2 = -80(y-20)$ นำ $x = -35$ ไปแทนได้ $y = \frac{75}{16}$ ไม่มีข้อใดถูก

2. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$2x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + a + b + c$$

$$\frac{bc + ac + ab}{abc} + a + b + c = \frac{1/2}{-(2)/2} + -(-5/2) = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2$$

3. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$-2 = -\frac{(-b)}{2a} \text{ ดังนั้น } b = -4a$$

$$\text{พาราโบลาจึงมีสมการเป็น } y = ax^2 - (-4a)x + 5$$

$$y = ax^2 + 4ax + 5$$

$$\text{แทนค่า } (h,k) \text{ ในสมการได้ } 1 = a(-2)^2 + 4a(-2) + 5 \text{ ย้ายข้างได้ } a = 1, b = -4 \text{ ดังนั้น } a^2 + b^2 = 1^2 + (-4)^2 = 17$$

4. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2; & x < 1 \\ x; & x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = 1 - |x+1| = \begin{cases} 1 - (-(x+1)); & x < -1 \\ 1 - (x+1); & x \geq -1 \end{cases} = \begin{cases} x+2; & x < -1 \\ -x; & x \geq -1 \end{cases}$$

$f(x) \cdot g(x)$ ผลที่ได้คือ 1. $2x^3 + 4x^2, x < -1$, 2. $-2x^3, -1 \leq x < 1$, 3. $x^2 + 2x; x$ เป็นเซตว่าง

4. $-x^2; x \geq 1$ ใช้ได้ข้อ 1,2,4

5. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$f(x) = ax^2 \text{ เมื่อ } x < 0, \quad g(x) = 2x^3 \text{ เมื่อ } x \in \mathbb{R} \text{ ถ้า } f^{-1} \circ g(1) = -1$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{x}{a}}, \quad f^{-1} \circ g(1) = -1, \quad f^{-1} \circ g(x) = -\sqrt{\frac{2x^3}{a}}, \quad f^{-1} \circ g(1) = -\sqrt{\frac{2(1)^3}{a}} = -1, \quad a = 2$$

$$f^{-1}(16) = -\sqrt{\frac{16}{2}} = -\sqrt{8}, \quad g^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}, \quad g^{-1}(16) = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = 2$$

$$\frac{f^{-1}(16)}{g^{-1}(16)} = \frac{-\sqrt{8}}{2} = -1.414$$

6. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$a * b = a + b + 10ab \text{ ให้ } a = u = \text{เอกลักษณ์}$$

$$u * b = u + b + 10ub = b, \quad u + 10ub = 0, \quad u = 0$$

$$\text{ให้ } b = u = \text{เอกลักษณ์}$$

$$a * b = a + u + 10ua = a, \quad u + 10ua = 0, \quad u = 0$$

แสดงว่าเอกลักษณ์คือ 0

$$\text{Inv}(2) * 2 = \text{Inv}(2) + 2 + 10\text{Inv}(2)(2) = \text{เอกลักษณ์} = 0$$

$$21\text{Inv}(2) = -2 \text{ ดังนั้น } \text{Inv}(2) = -\frac{2}{21}$$

7. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{(6x^2 - 7xy + 2x - y + 2y^2)(xy + y - x - 1)}{(3x - 2y + 1)(2xy - 2x + y - y^2)}$$

ให้ $x = 1, y = 3$ แทนค่าในเศษส่วนพหุนามได้

$$\frac{(6(1)^2 - 7(1)(3) + 2(1) - 3 + 2(3)^2)((1)(3) + 3 - 1 - 1)}{(3(1) - 2(3) + 1)(2(1)(3) - 2(1) + 3 - 3^2)} = \frac{(2)(4)}{(-2)(-2)} = 2$$

ดังนั้น ข้อ 1. $1 - 1 = 0$, 2. $1 + 1 = 2$ ข้อนี้ถูก, 3. $2(1) + 3 = 5$, 4. $3 - 2 = 1$

8. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$f(x) = 4x \text{ และ } g(x) = \frac{2}{x-1}$$

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

$$4\left(\frac{2}{x-1}\right) = \left(\frac{2}{4x-1}\right) \text{ แก้มการได้ } x = \frac{1}{5}$$

9. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$[(f^{-1} \circ f) \circ f^{-1}](x) = f^{-1}(x)$$

$$f(x) = x^3 + 1, \quad f^{-1}(x^3 + 1) = x \quad \text{ให้ } x^3 + 1 = 9 \quad \text{ดังนั้น } x = 2 \quad \text{แทนขวามือ } x = 2$$

$$f^{-1}(9) = 2$$

10. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} = 1(-1)^3(-16+5) + 0 + 3(-1)^5(15-8) = -10$$

$$\det(B) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} = 0(-1)^3(0-0) + 3(-1)^4(-8+6) + 2(-1)^5(0-0) = -6$$

$$\det(A \cdot B \cdot C) = 120$$

$$\det(A) \cdot \det(B) \cdot \det(C) = 120$$

$$(-10)(-6) \det(C) = 120$$

$$\det(C) = 2$$

$$\det(\text{adj}(C)) = (\det(C))^{3-1} = (2)^2 = 4$$

11. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 3 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

ตรวจสอบ แถวแรกของ $\text{adj}(A)$ จาก $C_{11}^T = 14$, $C_{12}^T = -9$, $C_{13}^T = -12$ พบว่าตรงกับข้อที่ 4

12. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} = 1(1)(5) + 3(-1)(10) + 2(1)(5) = -15 \quad \text{ข้อที่เป็นไปได้คือ 1 กับ 2}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ตรวจสอบแถวแรกของ $\text{adj}(A)$, $C_{11}^T = (1)(5) = 5$, $C_{12}^T = (-1)(7) = -7$, $C_{13}^T = (1)(-1) = -1$ ตรงกับข้อ 2

13. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$2\cos^2 x - 2\cos 2x = 1$$

$$2\cos^2 x - 2(2\cos^2 x - 1) = 1$$

$$-2\cos^2 x + 2 = 1$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad x = 45^\circ, 315^\circ, 135^\circ, 225^\circ \quad \text{นำมาบวกกันได้ 720 องศา}$$

14. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\sin A = \frac{3}{5}, \quad \cos A = \frac{4}{5}, \quad \cos B = \frac{5}{13}, \quad \sin B = \frac{12}{13}$$

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A = \frac{15}{65} + \frac{48}{65} = \frac{63}{65}$$

15. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{เนื่องจาก } \sin 45^\circ = \cos 45^\circ \quad \text{ดังนั้น} \quad \sin 45^\circ \left(\frac{\sin^3 15^\circ + \cos^3 15^\circ}{\sin 60^\circ} \right)$$

$$\sin 45^\circ (\sin 15^\circ + \cos 15^\circ) \left(\frac{\sin^2 15^\circ - \sin 15^\circ \cos 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 60^\circ} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} (1 - \sin 15^\circ \cos 15^\circ) = 1 - \frac{1}{2} \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75$$

16. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$\sin 2A = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$2\sin A \cos A = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

จาก $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ จับบวกกันได้

$$\sin^2 A + 2\sin A \cos A + \cos^2 A = 1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\sin A + \cos A = \sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{8} + 1)^2}{9}} = \frac{\sqrt{8} + 1}{3} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{3} = \frac{2(1.414) + 1}{3} = 1.276$$

17. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$(6 + \sqrt{35})^{2x-3} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(6 + \frac{2}{2}\sqrt{35}\right)^{2x-3} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{12+2}{2}\sqrt{35}\right)^{2x-3} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^{2(2x-3)} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$2(2x-3) = 1 \text{ แก้สมการได้ } x = \frac{7}{4}$$

18. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\sqrt{8 + \sqrt{24 - 8\sqrt{5}}} - \sqrt{5} = \sqrt{8 + \sqrt{24 - 2\sqrt{16x5}}} - \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{8 + \sqrt{24 - 2\sqrt{20x4}}} - \sqrt{5} = \sqrt{8 + \sqrt{20 - \sqrt{4}}} - \sqrt{5} = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 1$$

19. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$(5 + 2\sqrt{6})^x - \frac{10}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x} + 1 = 0$$

$$(5 + 2\sqrt{6})^x - \frac{10}{((\sqrt{3} + \sqrt{2})^2)^{-x/2}} + 1 = 0$$

$$(5 + 2\sqrt{6})^x - \frac{10}{((5 + 2\sqrt{6})^{-x/2})} + 1 = 0$$

$$(5 + 2\sqrt{6})^x - 10(5 + 2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} + 1 = 0$$

$$(5 + 2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4}}{2(1)} = 5 \pm 2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6} \quad , \quad (5 + 2\sqrt{6})^{-1}$$

$$x = 2 \text{ กับ } -2 \text{ ดังนั้น } a.b = -4$$

20. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$a = 7m + 3 = 10, 17, 24, \dots \text{เมื่อ } m = 1, 2, 3, \dots$$

$$a^2 - 2a = 10^2 - 2(10) = 80 \text{ เมื่อนำ 7 ทหาร 80 ได้ 11 เศษ 3}$$

21. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$S = \{n/n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกโดยที่ } n \leq 400 \text{ และ } (n, 20) = 5\}$$

$$S = \{5, 15, 25, 35, 45, \dots, 395\}$$

$$395 = 5 + (n-1)10 \text{ แก้สมการได้ } n = 40$$

22. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$A = \{x/x^2 + x + 4 \leq 0\}, A = \{\}$$

$$B = \{x/x^2 - 3x + 2 \leq 0\}, B = [1, 2]$$

$$C = \{x/x^2 + 11x + 28 > 0\}, C = (-\infty, -7) \cup (-4, \infty)$$

$$(B - A) \cap C = B \cap C = [1, 2]$$

23. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$3x^2 - 5x - 7 \leq 2x^2 - 2x + 11 < x^2 - 4x + 19$$

$$3x^2 - 5x - 7 \leq 2x^2 - 2x + 11 \text{ และ } 2x^2 - 2x + 11 < x^2 - 4x + 19$$

$$x^2 - 3x - 18 \leq 0 \text{ และ } x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$[-3, 6] \text{ และ } (-4, 2) = [-3, 2] \text{ ได้แก่เลข } -3, -2, -1, 0, 1 \text{ จับบวกกันได้ } -5$$

24. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ให้ } x \text{ คือสอบผ่านทั้งสามวิชา จากสูตร } n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

แทนค่าได้

$$900 - 60 = (900 - 410) + (900 - 430) + (900 - 460) - 250 - 300 - 250 + x$$

$$\text{แก้สมการได้ } x = 240$$

25. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$n(M \cup E) = n(M) + n(E) - n(M \cap E) \text{ ให้ } x = n(M \cap E) = n(M \cup E)^c$$

$$60 - x = n(M) + n(E) - x$$

$$n(M) + n(E) = 60 \text{ แสดงว่า } x = 0$$

$$3n(E) = 60 \text{ ดังนั้น } n(E) = 20 \text{ และ } n(M) = 40$$

26. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

นิเสธของ “ ถ้า $a = 0$ และ $b = 0$ แล้ว $ab \neq 0$ “

ให้ p แทน $a=0$, q แทน $b=0$, r แทน $ab \neq 0$ “

$$\sim[(p \wedge q) \rightarrow r] = \sim[\sim(p \wedge q) \vee r] = (p \wedge q) \wedge \sim r = “ a = 0 \text{ และ } b = 0 \text{ และ } ab = 0 “$$

27. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$\sin 3A = -1$ ดังนั้น $3A = 270, 630, 990, 1350, \dots$

$A = 90, 210, 330, 450$ เงื่อนไขไม่เกิน $\frac{11\pi}{6}$ หรือ 330

$$\cos 90, \cos 210, \cos 330 = 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ตรงกับข้อ 1

28. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

เงินเดือน (บาท)	จำนวน พนักงาน	d	f.d
6500-6999	10	-2	-20
7000-7499	15	-1	-15
7500-7999	20	0	0
8000-8499	15	1	15
8500-8999	10	2	20
9000-9499	3	3	9
9500-9999	2	4	8
			รวมได้ = 17

$$\text{Mean} = 7749.5 + 500\left(\frac{17}{75}\right) = 7862.83$$

29. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ช่วงคะแนน	ความถี่	Cf
11-20	10	10
21-30	4	14
31-40	6	20
41-50	30	50
51-60	10	60
	รวม = 60	

$$\text{Med} = 40.5 + 10 \left(\frac{30 - 20}{50 - 20} \right) = 43.83$$

30. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$N(S) = 10.9.8$$

$$N(E) = (7)(6)(3)$$

$$P(E) = \frac{(7)(6)(3)}{(10)(9)(8)} = \frac{7}{40}$$

31. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\text{ความเป็นไปได้} \quad \text{ถูก} \quad \text{ถูก} \quad \text{ผิด} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

$$\text{ถูก} \quad \text{ผิด} \quad \text{ถูก} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$$

$$\text{ผิด} \quad \text{ถูก} \quad \text{ถูก} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$$

$$\text{ถูก} \quad \text{ถูก} \quad \text{ถูก} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

$$\text{รวม} = \frac{54}{64}$$

32. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ก. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$, (h,k) = (2,1) , $r = \sqrt{2^2 + 1^2 - 5} = 0$ เป็นจุด

ข. $16x^2 + 9y^2 - 32x - 36y + 52 = 0$, (h,k) = $(\frac{32}{32}, \frac{36}{18}) = (1,2)$, $16(1)^2 + 9(2)^2 - 52 = 0$ เป็นจุด

ค. $16x^2 - 9y^2 - 32x - 36y - 20 = 0$, (h,k) = $(\frac{32}{32}, \frac{36}{-18}) = (1,-2)$, $16(1)^2 - 9(-2)^2 - (-20) = 0$ เป็นเส้นตรงสองเส้น

33. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$x^2 + 2y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$$

เป็นกราฟแกนเอกขนานแกน x

1. (h,k) = $(\frac{2}{2}, \frac{-8}{2(2)}) = (1,-2)$

2. $a = \sqrt{\frac{1(1)^2 + 2(-2)^2 - (-2)}{1}} = \sqrt{11}$

$b = \sqrt{\frac{1(1)^2 + 2(-2)^2 - (-2)}{2}} = \sqrt{\frac{11}{2}}$

$c = \sqrt{\sqrt{11}^2 - \left(\sqrt{\frac{11}{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{11}{2}}$

จุดโฟกัส $(1 \pm \sqrt{\frac{11}{2}}, -2)$

3. พื้นที่วงรี = $\pi ab = \pi \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{11}{2}} = \frac{11\pi}{\sqrt{2}}$ ข้อนี้ถูก

4. จุดปลายแกนเอก $(1 \pm \sqrt{11}, -2)$

34. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$9x^2 - 16y^2 - 90x + 64y + 17 = 0$$

$$\frac{(x-5)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

เป็นไฮเพอร์โบล่าแกนตามขวางขนานแกน x

1. (h,k) = (5,2)

2. c = 5 , โฟกัส $(5 \pm 5, 2) = (10,2), (0,2)$ ถูกต้อง

3. เส้นกำกับ $y-2 = \pm \frac{3}{4}(x-5)$

4. ความยาวแกนสังยุค = $2b = 2(3) = 6$

35. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน} = \frac{|D-2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4$$

$$D-2 = \pm 4 \quad (5), \quad D = 20+2, 20-2 = 22, 18$$

จะได้ $3x+4y+22=0$, $3x+4y-18=0$ นำ 3 คูณได้ $9x+12y+66=0$, $9x+12y-54=0$, ตรงกับข้อ 1

36. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$20 = a_1 + 6d \dots\dots\dots(1)$$

$$S_7 = \frac{7}{2}(2a_1 + 6d)$$

$$77 = \frac{7}{2}(2a_1 + 6d) \dots\dots\dots(2)$$

แก้สมการได้ $a_1 = 2, d = 3$

37. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$a_8 = a_1 r^{n-1}$$

$$128 = 1(r)^7 \dots\dots\dots(1) \quad \text{ได้ } r = 2$$

$$a_4 = 1(2)^3 = 8 \dots\dots\dots(2)$$

38. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{x+3}{x-1} = \frac{2x}{x+3}, \quad x = -1, 9 \quad \text{ลำดับจึงเป็น } -2, 2, -2 \dots\dots\dots \text{กับ } 8, 12, 18 \dots\dots\dots$$

$$a_4 = 8\left(\frac{3}{2}\right)^{4-1} = 27$$

39. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

กำหนดให้ด้านกว้าง 2 ด้านยาวด้านละ x และด้านยาวขนานแม่น้ำยาว y ผู้กสมการได้

$$1200(2x+y) = 240,000 \quad \text{ย้ายข้างได้ } 2x+y = 200 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{พื้นที่ } A = xy \dots\dots\dots(2)$$

$$A = x(200-2x) = 200x-2x^2$$

$$A = -2x^2 + 200x, \quad h = \frac{-200}{2(-2)} = 50 \text{ เมตร} \quad \text{ดังนั้น } k = -2(50)^2 + 200(50) = 5000 \text{ ตารางเมตร}$$

40. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

1. $\sin 150 > 120$, $\sin 30 > \sin 60$ ผิด
2. คอแตรนที่ 1 , \cos เป็นฟังก์ชันลด มุมมากค่าน้อย ข้อ 2 ผิด
3. $\sec 240 > \sec 225$
 $-\sec 60 > -\sec 45$
 $-2 > -1.414$ ผิด
4. $\cot 120 > \cot 135$
 $-\cot 60 > -\cot 45$
 $-0.577 > -1$ ถูก

41. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\frac{7b+6}{a} = m$$

$$7b + 6 = ma \dots\dots\dots(1)$$

$$5b - 7 = na \dots\dots\dots(2)$$

$$35b + 30 = 5ma \dots\dots\dots(3)$$

$$35b - 49 = 7na \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) - (4) \text{ ได้ } 79 = (5m-7n) a$$

$$79 \times 1 = (5m-7n)a \text{ ดังนั้น } a = 79$$

จาก choice คือข้อ 4 ที่ $a = 79$ สามารถหารได้ลงตัว

42. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$f(3) = a \sin 3 + 3b \cos 3 = 4$$

$$a \sin^* - 3b \cos^* = 4 \dots\dots\dots(1)$$

$$a \sin(-3) - 3b \cos(-3) = f(-3)$$

$$-a \sin^* + 3b \cos^* = f(-3) \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{นำ (1) + (2) ได้ } 0 = 4 + f(-3) \text{ ดังนั้น } f(-3) = -4$$

43. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

ก. $(n^5 - n) = 0, 30, 240, 1020, \dots$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ลงท้ายด้วย 0 แสดงว่า 5 หารลงตัว

ข. $(n^7 - n) = 0, 126(7 \times 18), 2184(7 \times 312), 16380(7 \times 2340), \dots$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ มี 7 เป็นตัวประกอบทุกพจน์

ค. $(n^{11} - n) = n(n^{10} - 1) = 0, 2046(11 \times 186), 177144(11 \times 16104), 4194300, \dots$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ มี 11

เป็นตัวประกอบทุกพจน์

44. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots - \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

45. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$700m + C = 150(700)$$

$$700m + C = 105,000 \dots \dots \dots (1)$$

$$(1050m + C)(0.9) = 120(1050)$$

$$1050m + C = 140,000 \dots \dots \dots (2)$$

แก้สมการได้ $m = 100$, $C = 35,000$

46. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + z = 0 \text{ มีคำตอบ } n \text{ ตัว มีผลรวมรากคำตอบ} = -\frac{b}{a} \text{ และ มีผลคูณของราก} = \frac{z}{a}(-1)^n$$

มีข้อ 2 ที่ผลรวมทุกค่าได้ $\frac{16}{5}$ ส่วนข้ออื่นๆไม่ตรงกับเงื่อนไขตามสูตร

47. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

ความยาวของด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละด้าน = x

$$\text{ความยาวของเส้นรอบวงกลม} = L - 4x \text{ รัศมีของวงกลม} = \frac{L - 4x}{2\pi}$$

$$\text{สมการ } x^2 = \pi \left(\frac{L - 4x}{2\pi} \right)^2$$

$$\text{จัดรูปสมการได้ } x = \frac{L}{(4 + 2\sqrt{\pi})} \text{ , ความยาวเส้นรอบวงของวงกลม} = L - 4 \frac{L}{(4 + 2\sqrt{\pi})} = \frac{L}{1 + \sqrt{\frac{4}{\pi}}}$$

48. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

จาก $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$ จะได้

$$f(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

ให้ c เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน จะได้ว่า $f(c) = 0$

$$6c^2 + 6c - 12 = 0$$

$$(c+2)(c-1) = 0 \text{ ดังนั้น } c = -2, 1$$

ดังนั้น ค่าวิกฤตมีสองค่า คือ $c = -2$ และ $c = 1$

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 12(-2) - 7 = 13$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) - 7 = -14$$

จุดวิกฤตของฟังก์ชันคือ $(-2,13)$ และ $(1,-14)$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

$$f''(x) = 12x + 6$$

1. ตรวจสอบจุด $(-2,13)$

$$f''(-2) = 12(-2) + 6 = -18 < 0$$

แสดงว่า $(-2,13)$ เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์

2. ตรวจสอบจุด $(1,-14)$

$$f''(1) = 12(1) + 6 = 18 > 0$$

แสดงว่า $(1,-14)$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

49. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ระบบสมการ $y = x^2 - 2x + 3$ และ $y = 4x + k$ มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวแล้ว

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 2 \text{ คือความชันของเส้นสัมผัส} = 4 \text{ ดังนั้น } x = 3 \text{ แทนค่าในสมการพาราโบลาได้ } y = 6$$

นำ $(3,6)$ ไปแทน $y = 4x + k$ ได้ $k = -6$ อยู่ในช่วง $-8 < k < -1$

50. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{Q}{4}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{Q}{4} \quad \text{แก้สมการได้ } Q = 0.9 \text{ งานเหลือ } 1 - 0.9 = 0.1$$

C มาทำต่อคนเดียวของงานที่เหลือ

$$\frac{0.1}{t} = \frac{1}{15} \text{ ดังนั้น } C \text{ ทำต่อเสร็จใน } 1.5 \text{ วัน รวมแล้วใช้เวลา } 4 + 1.5 = 5.5 \text{ วัน}$$

51. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

ยุคลิต

$$216 = bq_1 + 106$$

$$b = 106q_2 + 4$$

$$106 = 4(26) + 2$$

$$4 = 2(2) + 0 \text{ ดังนั้น ห.ร.ม.} = 2 = a$$

นอกจากนี้ยังได้ $bq_1 = 110$ ดังนั้น $b = 110$ ส่วน $q_1 = 1$ เพราะถ้า $q_1 = 2$ จะทำให้ $b = 55 < 106$ เป็นไปไม่ได้

ดังนั้น $q_1 = 1$ ได้อย่างเดียวและ $b = 110$ จะได้ $f(x) = x^3 + 2x^2 + 110x - 36$ ได้ $f(2) = 200$

52. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{x+2}{x(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-1}$$

$$\frac{x+2}{x(x+1)(x-1)} = \frac{A(x+1)(x-1) + B(x)(x-1) + C(x)(x+1)}{x(x+1)(x-1)}$$

$$x+2 = A(x+1)(x-1) + B(x)(x-1) + C(x)(x+1)$$

ให้ $x = 0$: ได้ $A(-1) = 2$ ได้ $A = -2$, ให้ $x = 1$ ได้ $C(1)(2) = 3$ ได้ $C = 1.5$, ให้ $x = -1$ ได้ $B(-1)(-2) = 1$ ได้ $B = 0.5$

$$A+B-C = -2+0.5-1.5 = -3$$

53. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$\frac{y^3 + 4y^2 - 9}{y+3} = 3$$

$$y^3 + 4y^2 - 3y - 18 = 0$$

แก้สมการได้ 2, -3 ดังนั้น $f(2) = 9$, $f(-3) = -16$

54. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

$$a^2 - bc - 8a + 7 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$b^2 + c^2 + bc - 6a + 6 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$a^2 - 8a + 7 = bc$$

แทนค่า $-3bc$ ในสมการ 2

$$b^2 + c^2 + bc - 3bc + 3(a^2 - 8a + 7) - 6a + 6 = 0$$

$$(b-c)^2 + 3(a-1)(a-9) = 0$$

แสดงว่า $(a-1)(a-9)$ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0

$$1 \leq a \leq 9$$

55. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ และ } g(x) = \sqrt{4-x^2}$$

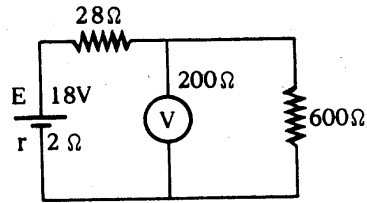
$$D_f = (-1,1) , R_f = (1, \alpha)$$

$$D_g = [-2,2] , R_g = [0, 2]$$

$$R_f \cap D_g = (1, \alpha) \cap [-2,2] = (1,2] \text{ นำไปทวน ค่า } y \text{ เพื่อหา } x \text{ ได้ } \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

วิชาวิทยาศาสตร์ (55 ข้อ 220 คะแนน)

56. ตอบ ข้อ 3



วิธีทำ :

$$R_{\text{รวม}} \text{ ของ } 600 + 200 \text{ } \Omega = \frac{600 \times 200}{600 + 200} = 150 \text{ } \Omega$$

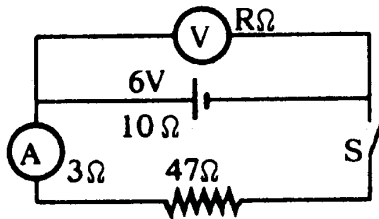
$$I = \frac{E}{R + r}$$

$$= \frac{18}{(150 + 28) + 2} = 0.1 \text{ แอมแปร์}$$

$$= I_{\text{รวม}} \cdot R_{\text{รวม}}$$

$$V_{\text{ที่โวลต์มิเตอร์}} = 0.1 \times 150 = 15 \text{ โวลต์}$$

57. ตอบ ข้อ 4



วิธีทำ

สมมุติ Voltmeter มีความต้านทาน $R \text{ } \Omega$ คัดผ่านโวลต์มิเตอร์

$$I = \frac{E}{R + r}$$

$$IR + Ir = E$$

$$5 + I(10) = 6$$

$$\therefore I = 0.1 \text{ แอมแปร์}$$

คิดที่โวลต์มิเตอร์

$$V = IR$$

$$5 = 0.1 R$$

$$R = 50 \text{ โอห์ม}$$

58. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

- ความหนาแน่นของ A = $\frac{100g}{80cc} = 1.25g/cc$, ถ.พ. = $\frac{D_{\text{object}}}{D_{\text{water}}} = \frac{1.25}{1} = 1.25$ ไม่มีหน่วย ถูกต้อง
- ความหนาแน่นของ B = $\frac{50g}{100cc} = 0.50g/cc$, ถ.พ. = $\frac{D_{\text{object}}}{D_{\text{water}}} = \frac{0.50}{1} = 0.50$ ไม่มีหน่วย ถูกต้อง
- ความหนาแน่นของไม้มากกว่า B จึงจม และมีค่าน้อยกว่าของเหลว A แท่งไม้จึงลอยใน A ถูกต้อง

$$4. V_{\text{จม}} \times D_{\text{เหลว}} = D_{\text{วัตถุ}} \times V_{\text{วัตถุ}}$$

$$V_{\text{จม}} = \frac{0.8}{1.25} \times V_{\text{วัตถุ}}$$

$$V_{\text{จม}} = 0.64 V_{\text{วัตถุ}} \quad \text{ข้อนี้จึงผิด}$$

59. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

กำหนดให้ m = มวลของทองแดง ดังนั้นปริมาตรของทองแดง = $\frac{m}{8}$

$$0.6 (50 \times 30 \times 10) + m = 1(50 \times 30 \times 10) + \frac{m}{8} \quad \text{แก้สมการได้ } m = 6857 \text{ กรัม}$$

$$\text{ปริมาตรของทองแดง} = \frac{6857}{8} = 857 \quad \text{ทำตัวเลขกลมๆ ใกล้เคียงที่สุด 850}$$

60. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$m = \frac{v-f}{f} = \frac{f}{o-f}$$

$$-3 = \frac{v-15}{15} \quad \text{แก้สมการได้ ระยะเวลา } -30 \text{ cm หมายถึง ระยะเวลา } 30 \text{ cm หน้าเลนส์}$$

$$-3 = \frac{15}{O-15} \quad \text{แก้สมการได้ } O = 10 \text{ cm หน้าเลนส์ ดังนั้นตำแหน่งภาพอยู่ห่างจากตำแหน่งวัตถุ} = 30 - 10 = 20 \text{ cm}$$

61. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ :

ให้ g_x เป็นค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของดาว x , $g_x = \frac{G(72)M_E}{(R_x)^2}$

$$\frac{M_x}{\frac{4}{3}\pi(R_x)^3} = \frac{1}{3} \left(\frac{M_E}{\frac{4}{3}\pi(R_E)^3} \right)$$

$$\frac{72M_E}{(R_x)^3} = \frac{1}{3} \left(\frac{M_E}{(R_E)^3} \right)$$

$$R_x = (72(3))^{\frac{1}{3}} R_E = (2)(3) = 6R_E$$

$$g_x = \frac{G(72)M_E}{(R_x)^2} = \frac{G(72)M_E}{(6R_E)^2} = 2 \left(\frac{GM_E}{R_x^2} \right) = 2g$$

62. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ :

$$\sin Q_C = \frac{\sin Q_{small}}{\sin Q_{large}} = \frac{\sin 30}{\sin 45} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45 \text{ ดังนั้นมุมวิกฤต คือ } 45 \text{ องศา}$$

63. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ :

$$\frac{h'}{h} = \frac{n_{eye}}{n_{obj}} \cdot \frac{\cos Q_2}{\cos Q_1} \text{ , กฎสเนล } \frac{\sin Q_1}{\sin 45} = \frac{1}{4/3} \text{ ได้ } \sin Q_1 = \frac{3\sqrt{2}}{8} \text{ , } \cos Q_1 = \frac{\sqrt{46}}{8}$$

$$\frac{h'}{1} = \frac{1}{4/3} \cdot \frac{\cos 45}{\cos Q_1}$$

$$h' = \frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{46}/8} = 0.63\text{m}$$

64. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ :

$$Q_{ลด} = Q_{เพิ่ม}$$

$$(200)(1)(30 - T) = (50)(80) + (50)(1)(T-0) \text{ แก้สมการ } T = 8$$

65. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ :

$$\text{จาก } {}_{83}^{214}\text{Bi} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_{-1}^0\text{e}$$

$$\text{จะได้ } 214 = A + 0 \text{ ได้ } A = 214$$

$$83 = Z - 1 \text{ ได้ } Z = 84$$

66. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$\text{รถยนต์: } 2(-3)(S) = 0^2 - 30^2 \text{ , ได้ } S = 150 \text{ m , เวลา } t = \frac{(0-30)}{(-3)} = 10 \text{ วินาที}$$

$$\text{ช่วงที่ 2 : } 2(1.5)(S_2) = 30^2 - 0^2 \text{ ได้ } S_2 = 300\text{m}$$

$$\text{ระยะทางรวม } 150+300 = 450\text{m} \text{ ใช้เวลา , } 30 = 0+1.5(t) \text{ , } t = 20 \text{ วินาที}$$

$$\text{รถไฟ: จากจุดที่รถยนต์เบรค รถไฟใช้เวลา } 10+2+20 = 32 \text{ วินาที}$$

$$\text{ระยะทางได้ } 32(30) = 960 \text{ m ดังนั้นรถยนต์อยู่ห่างรถไฟ } 960 - 450 = 510$$

67. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ

$$\text{ช่วงที่1 : ความเร่ง } 8\text{m/s}^2 \text{ เวลา } t = 10\text{วินาที} : h_1 = 0 + \frac{1}{2}(8)(10)^2 = 400 \text{ เมตร , } v_1 = 0 + (8)(10) = 80\text{m/s}$$

$$\text{ช่วงที่2: ความเร่ง } 4\text{m/s}^2 \text{ , } u = v_1 = 80 \text{ m/s , } t = 4 \text{ วินาที , } h_2 = 80(4) + \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 352\text{m , } v_2 = 80+4(4) = 96\text{m/s}$$

$$\text{ช่วงที่3 : เคลื่อนที่แบบยบเสรี : } h_3 = \frac{u^2}{2g} = \frac{96^2}{2(10)} = 460.8$$

$$\text{ความสูงทั้งหมด} = 400+352+460.8 = 1212.8$$

68. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ ผลรวมโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมโมเมนตัมหลังชน

หลังชนพบว่าก้อนแรกตกไปทางแนวตั้ง ด้วยมวล 0.5m ด้วยความเร็ว V1 ก้อนที่2 เคลื่อนที่ไปในทิศ(สมมติ) Q

กับแนวราบด้วยความเร็วV2

$$\text{สมการที่1 : แนวราบ : } m(6u) = (0.5m)V_2\cos Q \dots\dots\dots(1)$$

$$V_2\cos Q = 12u \text{ ดังนั้นความเร็วตามแนวราบของก้อนที่2 คือ } 12u$$

69. ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ จาก $\tan Q = \frac{v^2}{Rg}$ เมื่อ v เปลี่ยนหน่วยได้ 30m/s ถนยกขึ้น h ทำมุม Q กับแนวระดับ

$$\frac{h}{10} = \frac{30^2}{500(10)} \text{ , } h = 1.80\text{เมตร}$$

70. ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ

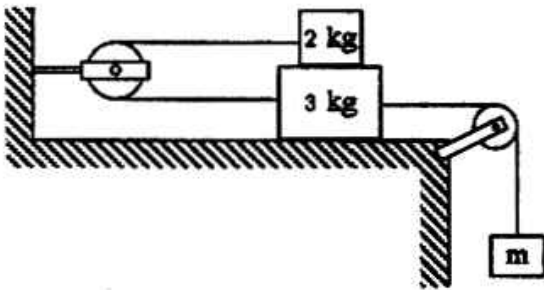
$$\text{ที่ผิวโลก : } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{ที่ผิวดวงจันทร์ : } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g/6}} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{6}$$

$$\frac{T_2}{1} = \sqrt{6} = 2.45 \text{ ชั่วโมง}$$

71. ตอบ ข้อ 4



วิธีทำ

ให้ T_1 เป็นแรงดึงมวล 2kg และ T_2 เป็นแรงดึงมวล m f_1 คือแรงเสียดทานระหว่างผิวมวล 2kg กับ 3kg และ f_2 คือแรงเสียดทานระหว่างผิวพื้นกับมวล 3 kg ดังนั้น วัตถุทั้งระบบจะเคลื่อนที่ได้ก็ต่อเมื่อแรงดึง T_2 เพียงพอที่จะขยับมวล 3 kg ก่อน มวล 2 kg จึงขยับได้

$$T_1 = 0.4 (20) = 8\text{ N (เป็นแรงเสียดทานสถิตย)}$$

$$T_2 = T_1 + f_2 + f_1 = 8 + 0.5(50) + 8 = 41\text{ N}$$

พิจารณามวล m , $T_2 = mg$ ดังนั้น $41 = 10m$ ดังนั้น $m = 4.1\text{ kg}$

72. ตอบ ข้อ 3

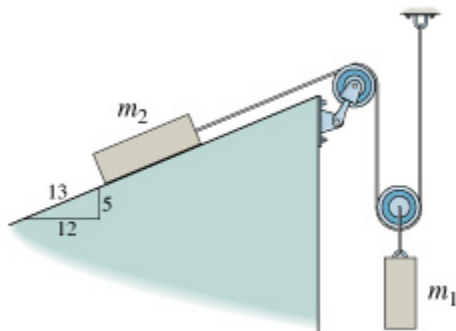
วิธีทำ

$$\text{จาก } p \text{ ของกาดต้มน้ำ} = \frac{mc\Delta T}{t}$$

$$\frac{400(1)(80 - 30)}{5(60)} = \frac{800(c)(100 - 20)}{8(60)}$$

แก้สมการได้ $c = 0.5$ แคลอรีต่อกรัมต่อองศาเซลเซียส

73. ตอบ ข้อ 4



วิธีทำ

สมมติ m_1 เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง a ส่วน m_2 เคลื่อนที่ขึ้นไปตามพื้นเอียงด้วยความเร่ง $2a$

พิจารณา m_2 : $T - 13(10) \left(\frac{5}{13}\right) = 13(2a) \dots\dots\dots(1)$

พิจารณา m_1 : $39(10) - 2T = 39(a) \dots\dots\dots(2)$

แก้สมการได้ $T = \frac{930}{7}\text{ N}$

74. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

$$EK(\text{เลื่อนตำแหน่ง}) = \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$EK(\text{หมุน}) = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(mr^2)\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots(2)$$

พบว่า $EK(\text{เลื่อนตำแหน่ง}) = EK(\text{หมุน})$ ดังนั้น อัตราส่วนระหว่างพลังงานจลน์ของการหมุนต่อพลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง คือ 1:1

75. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

วัตถุเคลื่อนที่ได้ 5 เมตรตามแนวตั้ง : $2(-10)(-5) = v^2 - 0$ แก้มการได้ $v = -10\text{m/s}$

วัตถุเคลื่อนที่ขึ้น 4.05 เมตรตามแนวตั้ง : $2(-10)(4.05) = (0)^2 - u^2$ แก้มการได้ $u = 9\text{ m/s}$

การดล = $mv_{\text{หลัง}} - mv_{\text{ก่อน}} = 0.5(9 - (-10)) = 9.5$ กิโลกรัม.เมตร/วินาที

หรือกรณีปล่อยวัตถุลงอย่างเสรีโดยไม่มีแรงต้านอากาศแล้ววัตถุกระเด็นขึ้นการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ณ จุดชนกับพื้น

$$\Delta P = m(\sqrt{2gh_1} + \sqrt{2gh_2}) = 0.5(\sqrt{2(10)(5)} + \sqrt{2(10)(4.05)}) = 0.5(10+9) = 9.5$$

76. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ

ก. ความเร็วก่อนกระทบพื้น $v_1 = \sqrt{2(10)(1.25)} = 5\text{ m/s}$, ความเร็วหลังกระทบพื้น $v_2 = \sqrt{2(10)(0.45)} = 3\text{ m/s}$

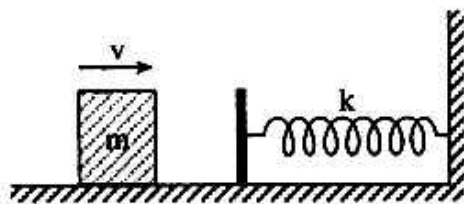
การดลของการตบกระทบบนหรือพื้น = $2(5+3) = 16\text{ N}$ (ผิด)

ข. แรงเฉลี่ย = $\frac{16}{0.1} = 160\text{ N}$ (ถูก)

ค. พลังงานจลน์ก่อนชน = $\frac{1}{2}(2)(5)^2 = 25\text{ J}$,

พลังงานจลน์หลังชน = $\frac{1}{2}(2)(3)^2 = 9\text{ J}$ พลังงานหายไป $25-9=16\text{ J}$ (ถูก)

77. ตอบ ข้อ 3

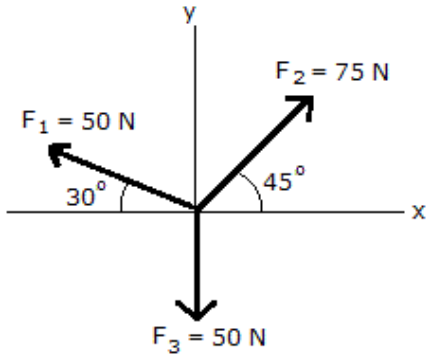


วิธีทำ

$$\frac{1}{2}(2)(2)^2 = \frac{1}{2}K(0.1)^2 + 10(0.1)$$

แก้มการได้ $K = 600\text{ N}$

78. ตอบ ข้อ 1



วิธีทำ

$$\sum F_x = 75 \cos 45 - 50 \cos 30 = 9.7$$

$$\sum F_y = 75 \sin 45 + 50 \sin 30 - 50 = 28$$

$$F_{\text{resultant}} = \sqrt{9.7^2 + 28^2} = 29.7 \text{ N}$$

79. ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ

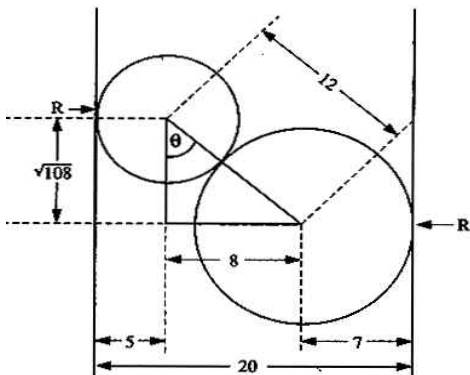
$$\text{จาก } y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

$$\frac{y_{\text{mental}}}{y_{\text{copper}}} = \frac{\Delta L_{\text{copper}}}{\Delta L_{\text{mental}}}$$

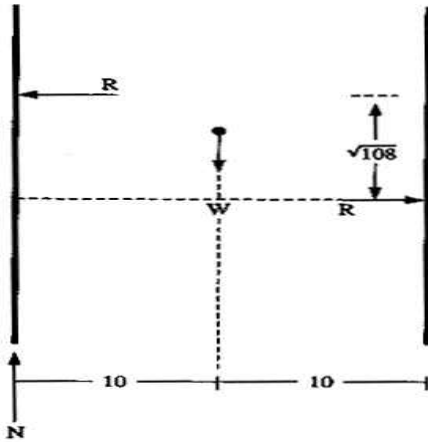
$$y_{\text{mental}} = \frac{1.75}{1.43} (1.1 \times 10^{11}) = 1.35 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

80. ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ



$$\text{จากรูปขนาด } R = 150 \tan Q = 150 \left(\frac{8}{\sqrt{108}} \right)$$



จากรูปแรงที่กระทำต่อท่อ

ใช้ข้อบ่งชี้ช่วยเป็นจุดหมุน

$$W(10) = R(\sqrt{108})$$

$$10W = 150 \left(\frac{8}{\sqrt{108}} \right) \sqrt{108}$$

$$W = 120 \text{ N}$$

81. ตอบ ข้อ 1
82. ตอบ ข้อ 4
83. ตอบ ข้อ 4
84. ตอบ ข้อ 4
85. ตอบ ข้อ 1
86. ตอบ ข้อ 4
87. ตอบ ข้อ 4
88. ตอบ ข้อ 3
89. ตอบ ข้อ 2
90. ตอบ ข้อ 4
91. ตอบ ข้อ 2
92. ตอบ ข้อ 3
93. ตอบ ข้อ 4
94. ตอบ ข้อ 1
95. ตอบ ข้อ 4
96. ตอบ ข้อ 3
97. ตอบ ข้อ 3
98. ตอบ ข้อ 2
99. ตอบ ข้อ 3
100. ตอบ ข้อ 1
101. ตอบ ข้อ 3
102. ตอบ ข้อ 2
103. ตอบ ข้อ 4
104. ตอบ ข้อ 2
105. ตอบ ข้อ 1
106. ตอบ ข้อ 3

107. ตอบ ข้อ 3
108. ตอบ ข้อ 4
109. ตอบ ข้อ 4
110. ตอบ ข้อ 1

วิชาภาษาอังกฤษ (50 ข้อ 150 คะแนน)

1. ตอบ ข้อ 3
2. ตอบ ข้อ 2
3. ตอบ ข้อ 1
4. ตอบ ข้อ 1
5. ตอบ ข้อ 1
6. ตอบ ข้อ 2
7. ตอบ ข้อ 3
8. ตอบ ข้อ 1
9. ตอบ ข้อ 1
10. ตอบ ข้อ 3
11. ตอบ ข้อ 2
12. ตอบ ข้อ 3
13. ตอบ ข้อ 4
14. ตอบ ข้อ 3
15. ตอบ ข้อ 2
16. ตอบ ข้อ 4
17. ตอบ ข้อ 2
18. ตอบ ข้อ 1
19. ตอบ ข้อ 1
20. ตอบ ข้อ 3
21. ตอบ ข้อ 2
22. ตอบ ข้อ 4
23. ตอบ ข้อ 4
24. ตอบ ข้อ 3
25. ตอบ ข้อ 3
26. ตอบ ข้อ 2
27. ตอบ ข้อ 2
28. ตอบ ข้อ 4
29. ตอบ ข้อ 2
30. ตอบ ข้อ 1
31. ตอบ ข้อ 4

32. ตอบ ข้อ 2
33. ตอบ ข้อ 4
34. ตอบ ข้อ 2
35. ตอบ ข้อ 1
36. ตอบ ข้อ 1
37. ตอบ ข้อ 3
38. ตอบ ข้อ 2
39. ตอบ ข้อ 3
40. ตอบ ข้อ 2
41. ตอบ ข้อ 3
42. ตอบ ข้อ 3
43. ตอบ ข้อ 4
44. ตอบ ข้อ 2
45. ตอบ ข้อ 3
46. ตอบ ข้อ 4
47. ตอบ ข้อ 3
48. ตอบ ข้อ 2
49. ตอบ ข้อ 1
50. ตอบ ข้อ 1

วิชาภาษาไทย (30 ข้อ 60 คะแนน)

51. ตอบ ข้อ 1
52. ตอบ ข้อ 2
53. ตอบ ข้อ 2
54. ตอบ ข้อ 2
55. ตอบ ข้อ 3
56. ตอบ ข้อ 2
57. ตอบ ข้อ 4
58. ตอบ ข้อ 2
59. ตอบ ข้อ 4
60. ตอบ ข้อ 2
61. ตอบ ข้อ 2
62. ตอบ ข้อ 2
63. ตอบ ข้อ 3
64. ตอบ ข้อ 3
65. ตอบ ข้อ 4
66. ตอบ ข้อ 3

67. ตอบ ข้อ 3
68. ตอบ ข้อ 4
69. ตอบ ข้อ 2
70. ตอบ ข้อ 4
71. ตอบ ข้อ 1
72. ตอบ ข้อ 3
73. ตอบ ข้อ 2
74. ตอบ ข้อ 4
75. ตอบ ข้อ 3
76. ตอบ ข้อ 3
77. ตอบ ข้อ 2
78. ตอบ ข้อ 4
79. ตอบ ข้อ 3
80. ตอบ ข้อ 2

วิชาสังคมศึกษา (25 ข้อ 50 คะแนน)

81. ตอบ ข้อ 4
82. ตอบ ข้อ 4
83. ตอบ ข้อ 2
84. ตอบ ข้อ 4
85. ตอบ ข้อ 3
86. ตอบ ข้อ 1
87. ตอบ ข้อ 2
88. ตอบ ข้อ 2
89. ตอบ ข้อ 1
90. ตอบ ข้อ 4
91. ตอบ ข้อ 4
92. ตอบ ข้อ 2
93. ตอบ ข้อ 3
94. ตอบ ข้อ 2
95. ตอบ ข้อ 3
96. ตอบ ข้อ 2
97. ตอบ ข้อ 3
98. ตอบ ข้อ 4
99. ตอบ ข้อ 3
100. ตอบ ข้อ 1
101. ตอบ ข้อ 2

- 102. ตอบ ข้อ 4
 - 103. ตอบ ข้อ 1
 - 104. ตอบ ข้อ 2
 - 105. ตอบ ข้อ 4
-